



Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025
Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Aflați cel mai mic număr întreg care este mai mare decât x , unde

$$x = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{10} + \sqrt{12} + \sqrt{16} + \sqrt{20} + \sqrt{24}}{2 + \sqrt{5} + \sqrt{6}}.$$

b) Arătați că \sqrt{a} este număr rațional, unde,

$$a = \left(2026 - \frac{1007}{\sqrt{1+3+5+\dots+2013}} \right)^{12} \cdot 2025.$$

Problema 2.

a) Fie mulțimea: $A = \left\{ \frac{2024}{3}, \frac{2025}{4}, \frac{2026}{5}, \frac{2027}{6}, \dots \right\}$. Determinați cardinalul mulțimii $B = A \cap \mathbb{N}$, \mathbb{N} - mulțimea numerelor naturale.

b) Fie $b = |2a - 4| + |a - 3| - a$, unde a este număr real cu $2 < a < 3$.

Determinați partea întreagă a numărului real $\frac{a}{b}$.

Problema 3.

Fie pătratul ABCD, punctul F pe prelungirea lui AC dincolo de C astfel încât $CF = AB$ și DF intersectează cercul circumscris pătratului în M. Fie E punctul de intersecție al dreptelor BM și AC.

a) Demonstrați că (BM este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DBC$).

b) Arătați că segmentele [AF] și [EC] au același mijloc.

Supliment G.M nr. 11/2024

Problema 4.

Fie dreptunghiul ABCD cu $30^\circ < \sphericalangle DBC < 45^\circ$. Construim pe rând triunghiul echilateral ABE cu E în interiorul dreptunghiului, triunghiul echilateral ADF cu F și E de o parte și de alta a dreptei AD și triunghiul echilateral EFG cu G și E de o parte și de alta a dreptei AB. Notăm cu M intersecția dreptelor EB și CG, iar cu N intersecția dreptelor BD și EG. Arătați că:

a) $AG = CE$

b) $MN \perp GE$.

Notă:

- Timp de lucru, 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!