

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 02.02.2025 –

Clasa a V-a

SUBIECTUL 1

Se consideră șirul de numere: 15, 30, 45, 60, 75, ..., 2025.

3p a) Calculați suma primelor zece numere.**2p** b) Câte numere din șir au trei cifre?**2p** c) Care este numărul din șir care are după el tot atâtea numere cât în fața lui?

Soluție:

a) $S = 15 + 30 + 45 + 60 + 75 + \dots + 150 = 15 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 10) =$

1p

$= 15 \cdot (1 + 10) \cdot 10 : 2 = 15 \cdot 55 =$

1p

$= 825$

1p

b) Avem $90 = 15 \cdot 6 < 15 \cdot 7 < 15 \cdot 8 < \dots < 15 \cdot 66 = 990 < 15 \cdot 67 = 1005$

1p

sunt $66 - 6 = 60$ de numere

1p

c) În șir sunt 135 de numere; numărul care are după el tot atâtea numere cât în fața lui este situat în mijloc, deci este al 68-lea

1p

1p

Al 67-lea număr din șir este $15 \cdot 68 = 1020$

SUBIECTUL 2

Determinați suma numerelor naturale de trei cifre care au proprietatea că eliminând cifra sutelor se obține un număr de cinci ori mai mic decât numărul inițial.

Soluție:

Relația din enunț se poate scrie sub forma :

$$\overline{abc} = 5 \cdot \overline{bc}$$

2p

$$\overline{abc} = 5 \cdot \overline{bc} \Rightarrow 100a + \overline{bc} = 5 \cdot \overline{bc} \Rightarrow \overline{bc} = 25a$$

2p

$$\overline{abc} = 125, 250, 375$$

2p

$$S = 750$$

1p

SUBIECTUL 3

Determinați numerele de forma \overline{abbb} care la împărțirea cu 4 dau restul 3 și câtul \overline{baaa} .

Supliment GAZETA MATEMATICĂ

Soluție:

$\overline{abbb} : 4 = \overline{baaa}$ rest 3 și scriem teorema împărțirii cu rest:

$$\overline{abbb} = 4 \cdot \overline{baaa} + 3;$$

2p

Descompunem numerele și avem $1000a + 111b = 4(1000b + 111a) + 3$ care devine

1p

$$556a = 3889b + 3$$

2p

$$\text{De unde } b = 1, a = 7$$

1p

Numărul este 7111.

1p

SUBIECTUL 4

Se consideră numerele naturale

consideră numerele naturale

$$a = 16^{2025} - 15 \cdot 16^{2024} - 15 \cdot 16^{2023} - 15 \cdot 16^{2022} - \dots - 15 \cdot 16^{93}$$

$$\text{și } b = 4^{12} \cdot 16^{18} \cdot 64^9 \cdot 256^{15} \cdot (2^{97} + 2^{96} + 2^{95} + 2^{94}).$$

5p a) Comparați numerele a și b .

2p b) Determinați câtul și restul împărțirii lui a la b .

Prof. Anton Negrilă

Soluție:

$$a) a = 16^{2025} - 15 \cdot 16^{2024} - 15 \cdot 16^{2023} - 15 \cdot 16^{2022} - \dots - 15 \cdot 16^{93}$$

$$= 16^{2024} - 15 \cdot 16^{2023} - 15 \cdot 16^{2022} - \dots - 15 \cdot 16^{93}$$

$$= 16^{2023} - 15 \cdot 16^{2022} - \dots - 15 \cdot 16^{93} = \dots = 16^{93} = 2^{372} \quad 2p$$

$$b = 4^{12} \cdot 16^{18} \cdot 64^9 \cdot 256^{15} \cdot (2^{97} + 2^{96} + 2^{95} + 2^{94}) = 2^{24} \cdot 2^{72} \cdot 2^{54} \cdot 2^{120} \cdot 2^{94}.$$

$$15 \Rightarrow b = 15 \cdot 2^{364} \quad 2p$$

$$a = 2^8 \cdot 2^{364} \Rightarrow a > b \quad 1p$$

$$b) 256 = 15 \cdot 17 + 1 \Rightarrow 2^8 \cdot 2^{364} = 17 \cdot 15 \cdot 2^{364} + 2^{364} \Rightarrow a = 17 \cdot b + 2^{364}$$

$$2^{364} < b \quad 1p$$

De unde rezultă cățul egal cu 17 , iar restul este 2^{364} 1p

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct.