Olimpiada Națională de Matematică 2025

Etapa locală 12.02.2025 Giurgiu

BAREM clasa VI a

Problema 1

1. a)	Numerele a, b, c nu pot fi toate impare, pentru că suma este număr par, rezultă că unul dintre ele este 2.	**1 p**
	Caz 1: dacă a =2, obținem $6 + 5b + 11c = 116 \Rightarrow 5b + 11c = 110 \Rightarrow$ b = 11, c = 5.	**1 p**
	Caz 2: dacă b = 2 obținem $3a + 11c = 106$. Deoarece $c < 10$ $prim$, găsim singura soluție c = 5, a = 17.	**1 p**
	Caz 3: dacă c = 2 obținem $3a + 5b = 94$. Deoarece $b < 19$ $prim$, găsim soluțiile b = 17, a = 3; b = 11, a = 13; b = 5, a = 23.	**1 p**
1. b)	$A = 8^n \cdot 5^{3n+1} + 1 = 8^n \cdot 125^n \cdot 5 + 1 = 5 \cdot 1000^n + 1 = \underbrace{500\ldots01}_{n+1\ cifre}$, suma cifrelor fiind 6, numărul A este divizibil cu 3, deci nu este prim.	**2 p**
	pentur n = 0, A = 6.	**1 p**
	TOTAL	**7 p**

Barem: Problema 2

1. $x = 120\ c_1 + 99$; $x = 150\ c_2 + 99$; $x = 180\ c_3 + 99$ — 2p
   [120, 150, 180] = 1800 — 1p
   x – 99 se divide cu 120, 150 și 180, deci cu 1800 — 1p
   $x - 99 \in \{1800, 3600, 5400, 7200, 9000, 10800, \ldots\}$ — 2p

Între 900 și 10000 avem x ∈ 1899, 3699,5499, 7299, 9099 , deci 5 numere. 1p

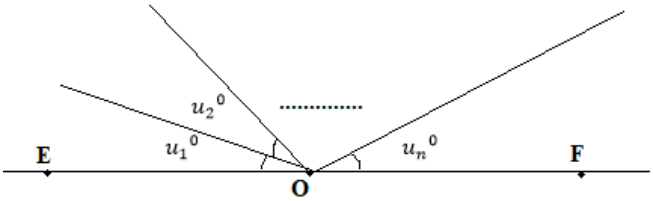
2. $\overline{abcd} = \overline{dabc} + 2025 \Leftrightarrow 10 \cdot \overline{abc} + d = 1000d + \overline{abc} + 2025$ 2p

$\Leftrightarrow 9\,\overline{abc} = 999\,d + 2025 \quad \Leftrightarrow \quad \overline{abc} = 111\,d + 225$ 2p

$A = \{3361,4472,5583,6694,7805,8916\}$ 3p

Problema 3

Reprezentarea datelor printr-un desen corespunzător 1p



$u_1^0 + u_2^0 + \cdots + u_n^0 = 180^0$

Considerăm $x -$ nr. de unghiuri

$u_1^0 + (u_1^0 + 1 \cdot 3^0) + (u_1^0 + 2 \cdot 3^0) + \cdots [u_1^0 + (x-1) \cdot 3^0] = 180^0$, ... 4p

$\underbrace{u_1^0 + u_1^0 + \cdots + u_1^0}_{x\ termeni} + 3^0[1 + 2 + \cdots + (x-1)] = 180^0$ 3p

$2x \cdot u_1^0 + 3x(x-1) = 360^0$ 2p

Vrem x maxim, ceea ce implică măsura minimă pentru unghiul u_1^0. Atunci, alegem x, astfel încât $x|360$ și $3(x-1) < \frac{360^0}{x}$, atunci

$x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10.$ 2p

Pentru $x = 10$, avem $3(x-1) = 27 < \frac{360^0}{x} = 36^0$ și

$20 \cdot u_1^0 + 270^0 = 360^0 \Rightarrow u_1^0 = 4^0 30'.$

Soluție: sunt 10 unghiuri, iar cea mai mică măsura este $u_1^0 = 4^0 30'$..... 2p

Problema 4

$\sphericalangle BFE$ unghi exterior al ΔABF, rezultă punctele A, F, E coliniare. 1p

Triunghiul ΔDEF isoscel$\Rightarrow \sphericalangle EFD = \sphericalangle FDE = x^0$. (1)

În ΔDBC dreptunghic în B, $\sphericalangle BCD = 2 \cdot \sphericalangle EFD = 2x^0$, rezultă $\sphericalangle BDC = 90^0 - 2x^0$.

Deoarece $ED \perp DC$, avem $\sphericalangle EDC = 90^0$. Atunci,

$\sphericalangle BDF = 90^0 - (90^0 - 2x^0 - x^0) = x^0$. (2)

Din relațiile (1) și (2) avem $\sphericalangle EFD = \sphericalangle BDF$ (unghiuri alterne interne congruente), rezultă $AE \| BD$.
..... 2p
Avem $AE \| BD, BF$ secantă$\Rightarrow \sphericalangle AFB = \sphericalangle FBD = 60^0$. 2p
Atunci $\sphericalangle ABC = 360^0 - (\sphericalangle ABF + \sphericalangle FBD + \sphericalangle DBC) = 150^0$ 2p