Olimpiada Națională de Matematică 2025

Etapa locală 12.02.2025 Giurgiu

Clasa a VII a

1. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1} - \left[\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot \sqrt{2}$ și $b = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$.

a) Demonstrați că numărul real a este nul;

b) Verificați dacă numărul real $b \in A$, unde $A = \{x \in \boldsymbol{Q} \mid 0 \leq x \leq 1\}$;

c) Determinaţi cel mai mic număr natural nenul n pentru care $\sqrt{n + \frac{1}{b}}$ este număr natural.

Prof. Felicia Mădălina Mocanu

2. Se consideră triunghiul ABC cu $\measuredangle A = 90^o$ și BD bisectoarea unghiului $\measuredangle ABC$, $D \in AC$. Fie $E \in (BD)$, astfel încât triunghiurile BEC și EDC sunt isoscele. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

G.M. nr. 6-7-8 / 2024

3. Fie dreptunghiul ABCD și M mijlocul laturii AB. Știind că $AC \cap DM = \{ Q \}$, N, P sunt mijloacele segmentelor QC, respectiv QD, să se arate că :

a) AMNP este paralelogram;

b) $AQ = \frac{1}{3} AC$.

Prof. Boanță Daniela

4.

a) Demonstrați că oricare ar fi numerele naturale nenule a și b, cu a < b, are loc inegalitatea $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > \frac{1}{ab}$.

b) Considerăm primele zece numere prime, scrise în ordine crescătoare p_1 ,p_2,....., p_{10}. Demonstrați că $\frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_2 p_3} + \frac{1}{p_3 p_4} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{p_9 p_{10}} < \frac{14}{29}$.

Prof. Țincu Elena