Olimpiada Națională de Matematică 2025

Etapa locală 12.02.2025 Giurgiu

Clasa a VIII a

1. a) Arătați că: $\sqrt{n+1-\sqrt{2n+1}}=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{\sqrt{2}}$, pentru orice număr natural.

   b) Se dă numărul :

   $x=\frac{\sqrt{2025+\sqrt{4049}}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2025-\sqrt{4049}}}{\sqrt{2}}$.

   Stabiliți dacă numărul $x$ este rațional.

2. a) Arătați că: $\frac{1}{n\sqrt{n-1}+(n-1)\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{n-1}}-\frac{1}{\sqrt{n}}$, pentru orice număr natural $n>1$.

   b) Arătați că $a<1$, unde

   $$a=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{2025\sqrt{2024}+2024\sqrt{2025}}$$

3. Se consideră piramida triunghiulară regulată $VABC$ cu vârful în $V$ și $O$ centrul bazei $ABC$. Fie $M$ mijlocul muchiei $AB$ și $CP$ bisectoarea unghiului $VCM$, $P\in VM$.

   Arătați că $OP=2OM$ dacă și numai dacă $VA=AB\sqrt{3}$.

***Supliment G.M. nr. 9/2024***

4. Fie ABCD paralelogram cu BC = 5cm , AB=10cm și unghiul BAD < ABC. Se noteaza cu P punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor BAD și ABC. În punctul P se ridică perpendiculara PM pe planul paralelogramului astfel încât PM = 5cm. Știind că proiecția punctului A pe dreapta BM este punctul Q, demonstrați că :

a) dreptele PQ si BM sunt perpendiculare;

b) dreapta de intersecție a planelor (MDA) și (MBP) este perpendiculară pe dreapta MB.

*Subiecte propuse de:*

*Prof. Gabriela Camelia Dincă-Șc. Gimnazială Nr.7*

*Prof. Iulian Viorel Dincă-Șc. Gimnazială Mihai Eminescu*

*Prof. Adriana Corbu Raicu- Șc. Gimnazială Emil Gulian*