Olimpiada Națională de Matematică 2025

Etapa locală 12.02.2025 Giurgiu

BAREM clasa VIII a

Problema 1

1. a) $\sqrt{n+1-\sqrt{2n+1}}=\sqrt{\frac{2n+2}{2}-\sqrt{2n+1}}=\sqrt{\frac{2n+2-2\sqrt{2n+1}}{2}}=\sqrt{\frac{2n+1+1-2\sqrt{2n+1}}{2}}=$

$\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2n+1}-1\right)^2}{2}}=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{\sqrt{2}}$.....4p

b) Înlocuind n=2024 în relația de la a) obținem:

$\sqrt{2025-\sqrt{4049}}=\frac{\sqrt{4049}-1}{\sqrt{2}}$.....1p

Analog: $\sqrt{2025+\sqrt{4049}}=\frac{\sqrt{4049}+1}{\sqrt{2}}$.....1p

Deci $x=\frac{\sqrt{4049}+1-\sqrt{4049}+1}{2}=1\in\mathbb{Q}$.....1p

Problema 2

2. a) Se demonstrează prin raționalizare.....3p

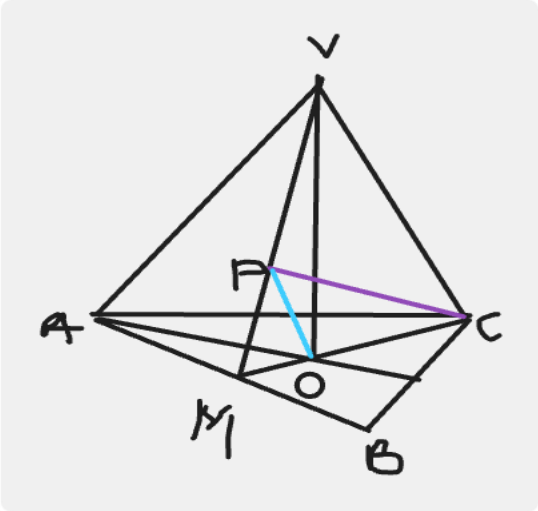
b) Aplicăm formula de la a) sau raționalizăm și obținem:

$a=\frac{2}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{6}-\frac{2\sqrt{3}}{6}+\cdots+\frac{2025\sqrt{2024}}{2024\cdot2025}-\frac{2024\sqrt{2025}}{2024\cdot2025}$.....2p

$=1-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\cdots+\frac{\sqrt{2024}}{2024}-\frac{\sqrt{2025}}{2025}$.....1p

$=1-\frac{45}{2025}=\frac{44}{45}<1$.....1p.

Problema 3



1. $\mathbf{OP = 2OM \Longrightarrow VA = AB\sqrt{3}}$

Notăm $OM = x \Longrightarrow OP = 2x = OC$ 1p

$PO \parallel VC$ 1p

Din $\Delta MPO \sim \Delta MVC \Longrightarrow VC = 6x$ 1p

Dar $AB = 2\sqrt{3}x \Longrightarrow VC = AB\sqrt{3}$ 1p

2. $\mathbf{VA = AB\sqrt{3} \Longrightarrow OP = 2OM}$

Notăm $AB = l \Longrightarrow MO = \frac{l\sqrt{3}}{6}$ și $VO = \frac{2l\sqrt{6}}{3}$ 1p

Din CP -bisectoare$\Longrightarrow (cf.T.bis)\frac{PM}{PV}=\frac{MC}{VC}\Longrightarrow (cf.R.T.Thales)PO \parallel VC$ 1p

Din $\Delta MPO \sim \Delta MVC \Longrightarrow PO=\frac{l\sqrt{3}}{3}$ dar $MO=\frac{l\sqrt{3}}{6}\Longrightarrow PO=2MO$.....1p

Problema 4

a) - Demonstrăm ca P ∈ (CD) , unghiul APB = 90° , P mijloc (CD) ……..…2p

- Demonstrăm AP ⊥ MB ; PQ⊥ MB ……...……2p

b) Fie {E} = BP∩ AD ⇒ (BMP)∩ (AMD) =M ……..……1p

EM⊥ MB……2p