

5

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală, 7 februarie 2026

Clasa a V-a

AG
2026

Subiectul I

Numerele naturale $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$ scrise în baza 10 se numesc „prietene” dacă $a + c = b + d = 9$.

a) Dați exemplu de două numere $\overline{xy}$ și $\overline{zt}$ care sunt „prietene”.

5 puncte

b) Arătați că două numere „prietene” nu pot fi ambele numere prime.

10 puncte

c) Determinați numerele „prietene” $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$, dacă prin împărțirea lui $\overline{ab}$ prin $\overline{cd}$ se obține câtul 5 și restul 3.

10 puncte

Subiectul II

Se dau numerele naturale: $a = 1 + 3 + 5 + \dots + 79$, $b = 8^{10} : 16^6 - 27^9 : 9^{12} - 5^3 \cdot 5^4 \cdot 5^5 : 125^4$ și respectiv $c = (3^4 - 2^6 + 3)^2 + (3^2 + 5^0)^2 + (1 + 2 + 3 + \dots + 2026)^0$

a) Demonstrați că două dintre aceste numere sunt pătrate perfecte și unul nu este pătrat perfect.

10 puncte

b) Aflați suma cifrelor numărului $x = a + b^2 - c$, unde a , b și respectiv c sunt cele de mai sus.

10 puncte

c) Determinați câte cifre de zero are la sfârșit numărul $n = (x - 14^2 + 2026^0)^{10}$, unde $x = a + b^2 - c$.

5 puncte

Subiectul III

a) Determinați numerele naturale care, împărțite la 9, dau câtul pătratul perfect $\overline{ab}$, iar restul $a + b$.

10 puncte

b) Doi colegi citesc două cărți având același număr de pagini. În prima zi unul citește a cincea parte din cartea sa, iar celălalt a șaptea parte din cartea proprie, constatând că a citit cu 16 pagini mai puțin decât prima. Câte pagini mai au de citit fiecare dintre cei doi colegi?

10 puncte

Subiectul IV

a) Justificați dacă numărul $3^{2025} + 3$ are ultima cifră 6.

10 puncte

b) Știind că $4 \cdot \overline{ab} = \overline{cd}$, arătați că numerele $\overline{abcd}$ se divid cu 13 și cu 8, numerele fiind naturale scrise în baza 10.

10 puncte

Varianta 3

Notă: Se acordă 10 puncte din oficiu !

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect se redactează pe foaie separată.