

Olimpiada Națională de Matematică**Faza locală - Dâmbovița****7 februarie 2026****CLASA A VII-A****Subiectul 1.**Calculați $(A - B)^{2026}$ unde

$$A = \sqrt[2026]{2^{2025} + 2^{2024} + 2^{2023} + \dots + 2^1 + 2^0 + 1} \text{ și}$$

$$B = \sqrt[2026]{2 \cdot 3^{2025} + 2 \cdot 3^{2024} + 2 \cdot 3^{2023} + \dots + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 + 1}$$

*prelucrare SGM 10 2025***Subiectul 2.**

a) Fie a și b două numere naturale nenule. Arătați că $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ este rațional dacă și numai dacă a și b sunt pătrate perfecte.

b) Aflați numerele naturale n știind că $\sqrt{n^2 + n + 2} + \sqrt{2026 - n}$ este rațional.

Subiectul 3.

În triunghiul ascuțitunghic ABC , mediana AM , $M \in BC$, este congruentă cu înălțimea BN , $N \in AC$. Să se calculeze măsura unghiului $\angle CAM$.

Subiectul 4.Determinați numerele prime p , q și r care verifică relația

$$p + q^2 r^4 = 2025$$

SGM 10 2025

- 10 puncte din oficiu. Fiecare problema se notează cu 22.5 puncte. Punctajul maxim este de 100 de puncte
- Toate subiectele sunt obligatorii
- 3 ore timp de lucru