

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026–

Clasa a VIII-a

## SUBIECTUL 1 (22,5p)

Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB = AC = 15$  cm și  $BC = 18$  cm. În punctul  $A$  se ridică perpendiculara  $AM$  pe planul triunghiului  $ABC$ , cu  $AM = 12$  cm. Semidreptele  $AE$  și  $AF$  sunt bisectoarele unghiurilor  $MAB$  și  $MAC$ , cu  $E \in MB$  și  $F \in MC$ .

**9,5p a)** Calculați lungimile segmentelor  $MB$  și  $MD$ , unde  $D$  este mijlocul segmentului  $BC$ .

**7p b)** Arătați că  $EF \parallel (ABC)$

**6p c)** Calculați distanța de la punctul  $F$  la planul  $(ABC)$ .

## SUBIECTUL 2 (22,5p)

**11,5p a)** Demonstrați că  $\frac{\sqrt{x(x+1)}}{2x+1} \leq \frac{1}{2}$ , pentru orice  $x \in (0, \infty)$ .

**11p b)** Comparați numărul real  $a = \frac{\sqrt{1 \cdot 2}}{3} + \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{5} + \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{7} + \dots + \frac{\sqrt{2026 \cdot 2027}}{4053}$  și numărul real  $b = \sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 2025}$ .

## SUBIECTUL 3 (22,5p)

Determinați numerele  $\overline{abc}$  cu proprietatea că  $\frac{10 \cdot \overline{ab}}{c} - \frac{\overline{bc}}{a} = 99$  și stabiliți câte sunt.

GAZETA MATEMATICĂ

## SUBIECTUL 4 (22,5p)

Se consideră prisma triunghiulară regulată  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 8\sqrt{6}$  cm și  $AA' = 12\sqrt{2}$  cm.

**12,5p a)** Demonstrați că planele  $(ABC')$  și  $(A'B'C)$  sunt perpendiculare.

**10p b)** Calculați sinusul unghiului dintre dreptele  $A'C$  și  $BC'$ .

Profesor Anton Negrilă

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.