

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

## ETAPA LOCALĂ, 5 FEBRUARIE 2026

## CLASA A IX-A, SUBIECTE

1. (21p) a) Arătați că  $x^4 - 2x^3 - 8x + 16 \geq 0$ , oricare ar fi numărul real  $x$ . Când are loc egalitatea ?

b) Determinați numere reale  $x_1, x_2, \dots, x_{2026}$  care verifică simultan condițiile:

$$\text{i) } 8(x_1 + x_2 + \dots + x_{2026}) = 32415; \text{ ii) } x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_{2026}^4 = 2(x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_{2026}^3) - 1.$$

*Carmen și Viorel Botea, Brăila*

2. (21p) În triunghiul  $ABC$  ascuțitunghic,  $H$  este ortocentrul și  $A_1, B_1, C_1$  simetricele lui  $H$  față de mijloacele laturilor  $[BC]$ ,  $[AC]$ , respectiv  $[AB]$ . Arătați că, dacă triunghiurile  $A_1B_1C_1$  și  $ABC$  au același centru de greutate, atunci triunghiul  $ABC$  este echilateral.

*Carmen și Viorel Botea, Brăila*

3. (21p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\left[ \frac{6x+7}{10} \right] - \left\{ \frac{3x+11}{5} \right\} = \frac{x+1}{5}$ .

(S-a notat cu  $[x]$  partea întreagă a lui  $x$  și cu  $\{x\}$  partea fracționară a lui  $x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ )

*Nicolae Stănică, Brăila*

4. (21p) Fie  $a, b, c$  numere reale strict pozitive. Demonstrați că:

$$\frac{3a+16}{9(b+c)} + \frac{3b+16}{9(a+c)} + \frac{3c+16}{9(a+b)} \geq \frac{1}{2} + \frac{8}{a+b+c}.$$

*Carmen și Viorel Botea, Brăila*

**Notă: 1.** Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Se acordă 16 puncte din oficiu.

**2.** Subiectele și baremele vor fi afișate pe site-ul [www.isjbraila.ro](http://www.isjbraila.ro), secțiunea Discipline/Domenii, Matematică.