

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 07.02.2026

Clasa a V-a

SUBIECTUL 1 (30 puncte)

Fie numerele $a = 27^{2^3} : 81^6 + 2026^0$, $b = (2^{1+2+3+\dots+20} + 3 \cdot 2^{210}) : 2^{210}$ și $c = (2^5 \cdot 2^8)^4 : 32^{10} - 1^{2026}$.

a) Arătați că $2c = a + b$.

b) Se consideră numărul $n = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2026} + c + 1$. Aflați restul împărțirii numărului $2n + 1$ la 10.

SUBIECTUL 2 (20 puncte)

Numărul n se numește *generos* dacă suma cifrelor lui este mai mare decât suma cifrelor lui $n + 2$. Aflați suma tuturor numerelor *generoase* de două cifre.

SUBIECTUL 3 (20 puncte)

Maria are o anumită sumă de bani și se pregătește pentru un concurs de matematică, dar și pentru aniversarea Ioanei. Dacă ar câștiga premiul de 50 de lei la concurs și n-ar merge la aniversare, noua sumă ar fi cubul unui număr natural. Dacă n-ar câștiga nimic la concurs și ar cheltui pentru cadou 50 de lei, noua sumă ar fi pătratul aceluiași număr natural. Ce sumă are Maria?

SUBIECTUL 4 (20 puncte)

Se consideră șirul $1, 3, 4, 7, 1, 8, \dots$, unde orice termen, începând cu al treilea, este egal cu ultima cifră a sumei ultimilor doi termeni precedenți. Notăm cu S_n suma primilor n termeni ai șirului.

a) Arătați că S_{25} este pătrat perfect.

b) Determinați n astfel încât $S_n = 2026$.

c) Arătați că S_n nu poate avea ultimele patru cifre 2025, oricare ar fi numărul natural nenul n .

G.M. nr.10/2025

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10p din oficiu.