

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 07.02.2026

Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1 (30 puncte)

Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / 56 \leq 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} \leq 448\}$ și

$$B = \{y \in \mathbb{N} / 2026 : (y + 1)\}.$$

- Arătați că mulțimile A și B sunt disjuncte;
- Aflați câte submulțimi cu cel mult două elemente are mulțimea $C = A \cup B$;
- Arătați că pentru orice $x \in B$ există $y \in A$ astfel încât $(x + y) : 4$.

SUBIECTUL 2 (20 puncte)

Determinați numerele naturale a și b pentru care $4 \cdot (a, b) + [a, b] = a + 25$. Am notat cu (a, b) și $[a, b]$ cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b .

SUBIECTUL 3 (20 puncte)

a) Determinați numărul minim și numărul maxim de divizori ai numărului $\overline{abcabc}$, știind că $\overline{abc}$ este pătrat perfect.

SGM nr 10/2025

b) Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ care verifică simultan condițiile:

- Numerele $a + c$ și $a + b + c + d$ sunt pătrate perfecte consecutive.
- Numerele $a + b, d - a, b + d$ sunt trei numere prime consecutive, în această ordine.

G.M. nr. 10/2025

SUBIECTUL 4 (20 puncte)

Se consideră punctele $A_1, A_2, \dots, A_{15}$, în această ordine, situate pe cercul $C(O, R)$. Știind că arcele

$$\widehat{A_1 A_2} = x^\circ + 1^\circ, \widehat{A_2 A_3} = x^\circ + 2^\circ, \widehat{A_3 A_4} = x^\circ + 3^\circ, \dots, \widehat{A_{14} A_{15}} = x^\circ + 14^\circ, \widehat{A_{15} A_1} = x^\circ + 15^\circ$$

- Să se demonstreze că semidreapta OA_1 este perpendiculară pe semidreapta OA_{13} .
- Să se determine măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle A_4 O A_5$ și $\sphericalangle A_8 O A_9$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10p din oficiu.