

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 07.02.2026

Clasa a VII-a

### SUBIECTUL 1 (30 puncte)

Se consideră numerele reale  $A$  și  $B$  definite prin:

$$A = \sqrt{(5 + 3\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{6} - 3\sqrt{3})^2} - \sqrt{10^2 - 2^2}$$

$$B = \frac{(25 + 10\sqrt{6})^{2025}}{5^{2026}} \cdot \frac{15}{(5 + 2\sqrt{6})^{2024}}$$

- Arătați că  $A^{-1} = 5 + 2\sqrt{6}$ .
- Verificați dacă numărul  $\sqrt{B}$  se poate scrie sub forma  $x + \sqrt{y}$ , unde  $x, y \in \mathbb{N}$ .
- Determinați partea întreagă a numărului  $C$ , unde  $C = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} - \frac{17\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{5}$ .

### SUBIECTUL 2 (20 puncte)

Fie triunghiul  $ABC$ ,  $AM$  mediană în acest triunghi și punctul  $O$  pe segmentul  $AM$  astfel încât  $AO = 2MO$ , iar  $A_{\triangle ABM} = 12 \text{ cm}^2$ . Paralela  $d$  prin punctul  $C$  la latura  $AB$  intersectează dreapta  $BO$  în punctul  $F$ .

- Arătați că punctele  $M, N, P$  sunt coliniare, unde  $\{N\} = BO \cap AC$ , iar punctul  $P$  este mijlocul segmentului  $AF$ .
- Calculați aria patrulaterului  $AONP$  și aria triunghiului  $POM$ .

(Prelucrare SGM nr.11/2025)

### SUBIECTUL 3 (20 puncte)

- Demonstrați că nu există niciun număr întreg  $x$  astfel încât  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{5-2x}$  să fie număr întreg.
- Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{5-2x}$  este un număr întreg.

### SUBIECTUL 4 (20 puncte)

Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB=3AD$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$  și punctele  $E$  și  $F$  astfel încât  $\triangle EOF$  este isoscel cu baza  $EF$ ,  $OD = OE$ ,  $E \in \text{Int}(\angle AOB)$  și  $F \in \text{Int}(\angle COB)$ .

- Dacă  $H$  este simetricul lui  $B$  față de mijlocul segmentului  $EF$ , demonstrați că  $H$  este ortocentrul  $\triangle DEF$ .
- Demonstrați că  $\angle DEC \equiv \angle DBC$  și determinați măsura unghiului dintre dreptele  $DT$  și  $AC$ , unde  $T$  este un punct pe segmentul  $AB$  astfel încât  $\frac{AT}{AB} = \frac{2}{3}$ .

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10p din oficiu.