

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
08.02.2020
BAREM

CLASA a VII-a

Subiectul I

a) $m + (m + 5) = (m + 1) + (m + 4) = (m + 2) + (m + 3)$ 2p

b) Împărțim primele 9 greutateți în trei grămăjoare astfel $9 + 6 = 7 + 8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

Împărțim cele 2010 greutateți rămase, în grupe de câte 6 greutateți și obținem 335 de grupe de mase $m, m + 1, m + 2, m + 3, m + 4, m + 5$. Fiecare grupă se împarte în 3 grămezi de mase egale de unde rezultă că cele 2019 greutateți pot fi împărțite în trei grămezi de mase egale.....3p

c) Nu este posibil, deoarece $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2020$ nu se divide cu 3.....2p

Subiectul II

Orice pătrat perfect este de forma $3k$ sau $3k + 1$ 2p

Numerele 2^{2018} și 4^{2022} sunt pătrate perfecte.....1p

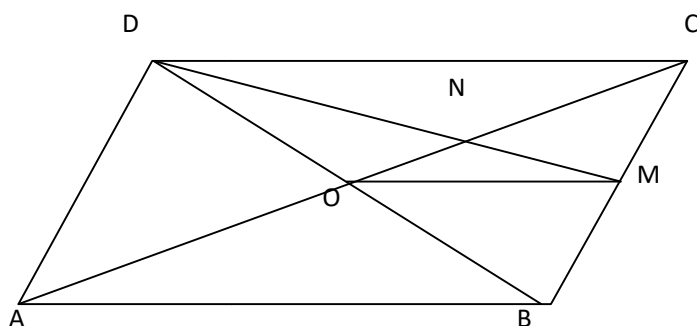
Numerele 2^{2018} și 4^{2022} nu sunt divizibile cu 3.....1p

Numerele 2^{2018} și 4^{2022} sunt de forma $3k + 1$ 1p

$a = 2^{2018} + 3^{2020} + 4^{2022}$ este de forma $3k + 2$ 1p

a nu este pătrat perfect de unde rezultă că $\sqrt{a}$ nu este număr rațional.....1p

Subiectul III



Punctul N este centrul de greutate al triunghiului BCD.....2p

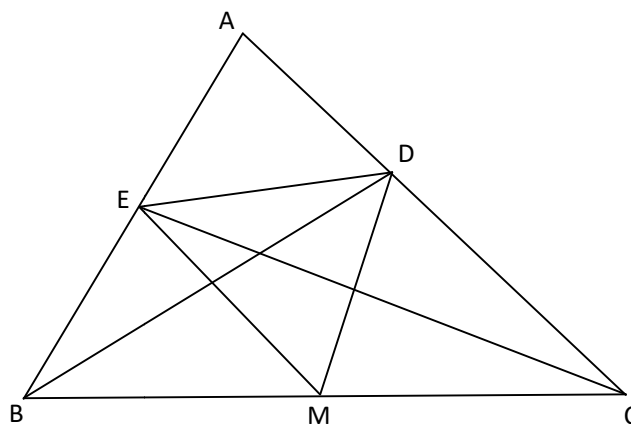
$CO = 3ON$ de unde rezultă că $A_{MOC} = 3A_{MON} = 6 \text{ cm}^2$ 2p

OM mediană în triunghiul OBC rezultă $A_{OBC} = 2A_{OMC} = 12 \text{ cm}^2$ 1p

Din BO mediană în triunghiul ABC rezultă $A_{ABC} = 2A_{OBC} = 24 \text{ cm}^2$ 1p

$A_{ABCD} = 2A_{ABC} = 48 \text{ cm}^2$ 1p

Subiectul IV



EM și DM sunt mediane în triunghiurile dreptunghice BEC și BDC , rezultă $EM = DM = BM = MC$ **1p**

În triunghiul isoscel BME avem $m(\widehat{BME}) = 180^\circ - 2m(\widehat{ABC})$ **1p**

În triunghiul isoscel DMC avem $m(\widehat{DMC}) = 180^\circ - 2m(\widehat{ACB})$ **1p**

$m(\widehat{BME}) + m(\widehat{DMC}) = 360^\circ - 2(m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{ACB}))$**1p**

$m(\widehat{BME}) + m(\widehat{DMC}) = 360^\circ - 2(180^\circ - m(\widehat{BAC})) = 120^\circ$ **1p**

$m(\widehat{BME}) + m(\widehat{DMC}) = 120^\circ$ rezultă $m(\widehat{EMD}) = 60^\circ$ **1p**

$\triangle EMD$ fiind isoscel și având un unghi de 60° rezultă că este echilateral.....**1p**