



## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ 07.02.2020 CLASA a VIII-a

### Problema I. (7 puncte)

a) Demonstrați că  $\frac{\sqrt{6}}{5} + \frac{\sqrt{20}}{9} + \frac{\sqrt{42}}{13} + \dots + \frac{\sqrt{2020 \cdot 2021}}{4041} < 505$ .

b) Dacă  $a \in (0; 1)$  și  $a + \frac{1}{a} = 6$ , aflați valorile expresiilor:  $E_1 = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$  și

$$E_2 = \frac{(a^3 + a)(a^2 + 1)}{a^6 + a^4 + a^2 + 1}.$$

*prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj*

### Problema II. (7 puncte)

a) Dacă  $x + y = 20$  și  $x, y \in [7, \infty)$  Arătați că  $\sqrt{x-7} + \sqrt{y-7} \leq 2\sqrt{3}$ .

b) Determinați numerele raționale a și b pentru care are loc relația:  $\frac{a}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}} + \frac{b}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}} = 1$ .

*prof. Emilia Copaciu, Colegiul Tehnic Ana Aslan Cluj-Napoca  
prof. Sorin Galea, Liceul Teoretic Nicolae Bălcescu Cluj-Napoca*

### Problema III. (7 puncte)

a) Descompuneți în factori  $E_1(n) = (n+1)^3 - n^3 - 1$  și  $E_2(n) = (n+1)^5 - n^5 - 1$ .

b) Calculați  $\frac{B}{A}$  știind că:  $A = \frac{1}{2^3-1^3-1} + \frac{1}{3^3-2^3-1} + \frac{1}{4^3-3^3-1} + \dots + \frac{1}{(n+1)^3-n^3-1}$  și

$$B = \frac{1^2+1+1}{2^5-1^5-1} + \frac{2^2+2+1}{3^5-2^5-1} + \frac{3^2+3+1}{4^5-3^5-1} + \dots + \frac{n^2+n+1}{(n+1)^5-n^5-1}$$

*prof. Vasile Șerdean, Școala Gimnazială nr.1 Gherla*

### Problema IV. (7 puncte)

Fie ABC un triunghi isoscel cu  $AB=AC=20$  cm,  $BC=24$  cm. Pe planul triunghiului se ridică perpendiculara VA, unde  $VA=8\sqrt{5}$  cm, iar punctele M, N și P sunt mijloacele segmentelor VA, AC, respectiv AB.

a) Demonstrați că  $(MNP) \parallel (VBC)$ ;

b) Aflați  $d(A, (MNP))$ ;

c) Aflați  $\text{tg}(\sphericalangle (AN, (MNP)))$ .

*prof. Jakab-Medvessi Andrea-Alice, Liceul Teoretic Apáczai Csere János*