# BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

## Varianta 11

*Prof. Badea Daniela*

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $N=\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2012}-1}{-\frac{1}{3}-1}:\dfrac{3^{2012}-1}{3^{2012}}=$ | 3p |
| | $=\dfrac{3}{4}$ | 2p |
| 2. | $a$ şi $b$ sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-x-12=0$ | 3p |
| | $\Rightarrow$ numerele sunt $-3$ şi $4$ | 2p |
| 3. | $2\log_2 x-1\le 3$ | 1p |
| | $\Leftrightarrow \log_2 x\le 2$ | 1p |
| | $\Leftrightarrow x\le 4$ | 2p |
| | $\Rightarrow x\in\{1,2,3,4\}$ | 1p |
| 4. | $x-\dfrac{20}{100}x=\dfrac{4}{5}x$ | 1p |
| | $\dfrac{110}{100}\cdot\dfrac{4}{5}x=1760$ | 2p |
| | $x=2000$ | 2p |
| 5. | M mijlocul lui (AB) $\Rightarrow$ M(1,2) | 1p |
| | $m_{AB}=\dfrac{1}{2}$ | 1p |
| | $d$ mediatoarea $\Rightarrow m_d=-2$ | 1p |
| | $d: 2x+y-4=0$ | 2p |
| 6. | $\sin 0^0=0, \sin 90^0=1$ | 1p |
| | $\sin^2 15^0+\sin^2 75^0=\sin^2 15^0+\cos^2 15^0=1$ | 1p |
| | $\sin^2 30^0+\sin^2 60^0=1$ | 1p |
| | $\sin^2 45^0=\dfrac{1}{2}$ | 1p |
| | $S=\dfrac{7}{2}$ | 1p |

www.mateinfo.ro

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| 1.<br>a) | $\det A = 4 + m^2 - m^2 + 2m - 2m - m^2$<br>$= 4 - m^2$ | 3p<br>2p |
| b) | (S)sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow \det A \neq 0$<br>$4 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ | 2p<br>3p |
| c) | $m = 0 \Rightarrow \det A = 4$<br>$d_x = 4, d_y = 4, d_z = -4 \Rightarrow$<br>$\Rightarrow (x, y, z) \in \{(1,1,-1)\}$ | 1p<br>3p<br>1p |
| 2.<br>a) | $f_{a,b} \vdots (X-1) \Leftrightarrow f_{a,b}(1) = 0$<br>$f_{a,b}(1) = 2a^2 - 2ab + b^2 + 2a + 1 = (a-b)^2 + (a-1)^2$<br>$(a-b)^2 + (a-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 0 \\ (a-1)^2 = 0 \end{cases}$<br>$\Rightarrow a = b = 1$ | 1p<br>2p<br>2p<br>1p |
| b) | $x_1, x_2, x_3$ rădăcinile polinomului $f_{1,1} = 2X^3 - 2X^2 + X - 1 \Rightarrow$<br>$\begin{cases} s_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 1; \ s_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{1}{2}; \ s_3 = x_1x_2x_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$<br>$S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = s_1^2 - 2s_2 = 0$<br>$\begin{cases} 2x_1^3 - 2x_1^2 + x_1 - 1 = 0 \\ 2x_2^3 - 2x_2^2 + x_2 - 1 = 0 \\ 2x_3^3 - 2x_3^2 + x_3 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^3 = 2x_1^2 - x_1 + 1 \\ 2x_2^3 = 2x_2^2 - x_2 + 1 \\ 2x_3^3 = 2x_3^2 - x_3 + 1 \end{cases}$<br>$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \frac{1}{2}(2S_2 - s_1 + 3) = 1$ | 1p<br>1p<br>1p<br>1p<br>1p |
| c) | $2 \cdot 8^x - 2^{2x+1} + 2^x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{3x} - 2 \cdot 2^{2x} + 2^x - 1 = 0$<br>Notăm $2^x = t \Rightarrow 2t^3 - 2t^2 + t - 1 = 0$<br>$\Rightarrow (t-1)(2t^2+1) = 0 \Rightarrow t = 1$<br>$2^x = 1 \Rightarrow x = 0$ | 2p<br>1p<br>1p<br>1p |

www.mateinfo.ro

**SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| 1. a) | $f'(x)=\left(x\sqrt{3}-2\right)^3$ | 1p |
| | $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | 2p |
| | $\Rightarrow f$ strict descrescătoare pe $\left[-2,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$ și strict crescătoare pe $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3},2\right]$ | 2p |
| b) | Fie $m_1$ și $m_2$ pantele celor două tangente | 1p |
| | $m_1=f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-1$ | 1p |
| | $m_2=f'\left(\sqrt{3}\right)=1$ | 1p |
| | $m_1\cdot m_2=-1\Rightarrow$ cele două tangente sunt perpendiculare | 2p |
| c) | $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left(f'(x)\right)^{\frac{1}{x-\sqrt{3}}}\overset{(1^\infty)}{=}\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left[\left(1+\left(f'(x)-1\right)\right)^{\frac{1}{f'(x)-1}}\right]^{\frac{f'(x)-1}{x-\sqrt{3}}}=$ | 2p |
| | $=e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\frac{\left(x\sqrt{3}-2\right)^3-1}{x-\sqrt{3}}\left(\frac{0}{0}\right)}=e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\frac{\left(x\sqrt{3}-3\right)\left[\left(x\sqrt{3}-2\right)^2+\left(x\sqrt{3}-2\right)+1\right]}{x-\sqrt{3}}}=$ | 2p |
| | $=e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\sqrt{3}\left[\left(x\sqrt{3}-2\right)^2+\left(x\sqrt{3}-2\right)+1\right]}=e^{3\sqrt{3}}$ | 1p |
| 2. a) | $\int_{-1}^{1}(x+2)\,f_1(x)dx=\int_{-1}^{1}(x-1)dx=$ | 1p |
| | $=\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_{-1}^{1}=$ | 2p |
| | $=-2$ | 2p |
| b) | $I_1=\int_{-1}^{1}\frac{x-1}{x+2}dx=\int_{-1}^{1}\left(1-\frac{3}{x+2}\right)dx=$ | 3p |
| | $=x\Big\|_{-1}^{1}-3\ln\|x+2\|\Big\|_{-1}^{1}=2-3\ln 3$ | 2p |
| c) | $\Leftrightarrow I_{n+1}+3I_n=\int_{-1}^{1}\frac{(x-1)^{n+1}+3(x-1)^n}{x+2}dx=$ | 2p |
| | $=\int_{-1}^{1}(x-1)^n dx=\frac{(x-1)^{n+1}}{n+1}\Big\|_{-1}^{1}=$ | 2p |
| | $=\frac{(-2)^{n+2}}{2(n+1)},\ (\forall)\,n\in\mathbb{N}^*$ | 1p |

www.mateinfo.ro