BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 18

Prof: Brabeceanu Silvia

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Raţionalizarea fiecărei fracţii sau aducerea la acelaşi numitor	1p
	$\frac{(2+3i)^2+(2-3i)^2}{13}=\frac{-10}{13}$	3p
	Finalizare $\frac{-10}{13}\in\mathbb{Q}$	1p
2.	Pentru ca să existe intervalul I se pune condiţia: $\frac{x^2+1}{2}\le\frac{3x+4}{4}$	1p
	$2x^2-3x-2\le 0$	3p
	Finalizare $x\in\left[\frac{-1}{2},2\right]$	1p
3.	$A(-1,1)\in G_f\Rightarrow f(-1)=1$ şi $B\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)\in G_f\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}$	2p
	Rezolvarea sistemului $\begin{cases}-3a+2b=1\\2a+4b=3\end{cases}\Rightarrow S=\left\{\left(\frac{1}{8},\frac{11}{16}\right)\right\}$	3p
4.	Fie x - preţul iniţial. $x-18\%$ din $x=820$.	2p
	$x-\frac{18}{100}x=820\Rightarrow\frac{41}{50}x=820$	2p

www.mateinfo.ro

	$x=1000$	1p
5.	$\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{BA}+2\vec{u}-3\vec{v}=\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ $\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)+2\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\right)=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}$	2p 3p
6.	$m\left(C\right)=30^0\Rightarrow BC=2\cdot AB=40\sqrt{3}$ Din teorema catetei $AB^2=BC\cdot BD\Rightarrow BD=10\sqrt{3}$ $CD=BC-BD=30\sqrt{3}$ Se aplică teorema înălțimii: $AD^2=BD\cdot DC=900\Rightarrow AD=30$	1p 2p 1p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A_1\left(1,2\right)$ și $A_2\left(2,5\right)$ Ecuația dreptei $A_1A_2:\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ $A_1A_2:3x-y-1=0$	1p 2p 2p
b)	Punctele A_1,A_2,A_n sunt coliniare dacă determinantul $\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 5 & 1\\ n & n^2+1 & 1\end{vmatrix}=0$ $n^2-3n+2=0\Rightarrow\begin{cases}n_1=1\\ n_2=2\end{cases}$	2p 3p
c)	$A_{\triangle A_1A_2A_3}=\frac{1}{2}\left\|\Delta\right\|$ $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 5 & 1\\ 3 & 10 & 1\end{vmatrix}=2$ $A_{\triangle A_1A_2A_3}=\frac{1}{2}\left\|2\right\|=1$	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

2. a)	$\forall x,y\in\mathbb{R}\quad x\perp y=\frac{1}{2}(xy-x-y+1+2)=\frac{1}{2}(xy-x-y+1)+1$ $\forall x,y\in\mathbb{R}\quad \frac{1}{2}(xy-x-y+1)+1=\frac{1}{2}\left[x(y-1)-(y-1)\right]+1=\frac{1}{2}(x-1)(y-1)+1$	2p 3p
b)	$5^x\perp 3^{x-3}=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}(5^x-1)(3^{x-3}-1)+1=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}(5^x-1)(3^{x-3}-1)=0$ $5^x-1=0\Rightarrow x=0$ $3^{x-3}-1=0\Rightarrow x=3$	3p 1p 1p
c)	$x\perp x\perp x\perp x\perp x=(x\perp x)\perp(x\perp x)\perp x=\left[\frac{1}{2}(x-1)^2+1\right]\perp\left[\frac{1}{2}(x-1)^2+1\right]\perp x$ Se aplică în continuare a). Finalizare $x\perp x\perp x\perp x\perp x=\frac{1}{2^4}(x-1)^5+1$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Asimptota oblică are ecuaţia $y=mx+n,\ m\neq 0$ $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ $n=\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+4}{x+3}=1$ $y=x+1$	1p 2p 1p 1p
b)	$f'(x)=\frac{x^2+6x+8}{(x+3)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x^2+6x+8=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=-4\\x_2=-2\end{cases}$ Din tabloul de variaţie al funcţiei rezultă că x_1,x_2 sunt puncte de extrem	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro

c)	$L=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+4x+4}{x^2+3x}\right)^x$ caz exceptat 1^∞ $L=e^l=e^1=e$ $l=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x}{x^2+3x}=1$	1p 3p 1p
2. a)	$\dfrac{6}{9+x^2}\le\dfrac{1}{x}\Leftrightarrow 6x\le 9+x^2$ $0\le 9+x^2-6x\Leftrightarrow 0\le(3-x)^2$ $(3-x)^2\ge 0$ adevărat pentru $\forall x\in(0,+\infty)$	1p 2p 2p
b)	$\int\limits_1^{\sqrt{3}} f(x)dx=6\int\limits_1^{\sqrt{3}}\dfrac{1}{9+x^2}dx=6\cdot\dfrac{1}{3}arctg\,\dfrac{x}{3}\Big\vert_1^{\sqrt{3}}$ $\int\limits_1^{\sqrt{3}} f(x)dx=2\left(\dfrac{\pi}{6}-arctg\,\dfrac{1}{3}\right)$	3p 2p
c)	Integrand relatia de la pct a) avem: $\int\limits_1^e f(x)dx\le\int\limits_1^e\dfrac{1}{x}dx=\ln x\Big\vert_1^e=1$ Folosind pct b) avem: $2\left(arctg\,\dfrac{e}{3}-arctg\,\dfrac{1}{3}\right)\le 1$ $arctg\,\dfrac{e}{3}\le\dfrac{1}{2}+arctg\,\dfrac{1}{3}$	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro