BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 19

Prof: Ciocănaru Viorica

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Termenul general al progresiei aritmetice $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$, precizarea valorilor lui a_1, n, r. Calculul lui $a_{11} = 2 + (11-1)\cdot 3$ de unde rezultă $a_{11} = 32$	3p 2p
2.	Formula $\log_a a = 1$, $0 < a < 1$, $a > 1$ şi $\log_3 3 = 1$ Formulele $m \log_a A = \log_a A^m$, $0 < a < 1$, $a > 1$, $A > 0$ $\log_a A + \log_a B - \log_a C = \log_a \frac{AB}{C}$, $0 < a < 1$, $a > 1$, A, B, C > 0 Calculele $\log_3 3 + 3\log_3 2 - 2\log_3 4 = 1 + \log_3 \frac{2^3}{4^2} = 1 - \log_3 2$	1p 2p 2p
3.	Intersecţia G_f cu Ox înseamnă rezolvarea ecuaţiei $f(x) = 0$ Rezolvarea ecuaţiei $x^2 - 5x + 6 = 0$, $\Delta = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ Calculele $\Delta = 1$, $x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$ deci $G_f \cap Ox = \{A, B\}$, A(3, 0), B(2, 0).	1p 2p 2p
4.	Formulele $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, $0 \le k \le n$, $P_n = n!$ Calculele $C_5^2 = 10$, $A_5^2 = 20$, $P_3 = 6$ şi finalizarea $2C_5^2 - A_5^2 + P_3 = 2\cdot 10 - 20 + 6 = 6$	2p 3p
5.	Înmulţirea unui vector $\vec{t} = a\vec{i} + b\vec{j}$ cu un scalar s real, $s\vec{t} = sa\vec{i} + sb\vec{j}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

	Calculele $2\vec{v} - 3\vec{u} = 2(2\vec{i} + 3\vec{j}) - 3(3\vec{i} - 2\vec{j}) = -5\vec{i} + 12\vec{j}$.	
6.	Formula pentru aria triunghiului $A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$. $\sin A = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$. Calculul ariei $A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 20$.	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	Matricea sistemului este inversabilă dacă $D(a) \neq 0$. $D(a) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 3 & 1 \\ a^2 & 9 & 1 \end{vmatrix}$ determinant Vandermonde sau se aplică una din regulile uzuale pentru calculul lui $D(a)$ $D(a) = -2(a-1)(a-3)$. $a \neq 1$, $a \neq 3$.	2p 2p 1p
b)	$A^t = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\det A^t = \det A$ Din punctul a) $D(a) = -2(a-1)(a-3)$ $D(2) = -2(2-1)(2-3) = 2$	3p 2p
c)	Din punctul a) $D(a) = -2(a-1)(a-3)$, $D(4) = -2(4-1)(4-3) = -6$ Cu metoda lui Cramer se calculează $D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 9 & 1 \end{vmatrix}$, $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 16 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, $D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 16 & 9 & 1 \end{vmatrix}$. Calculele conduc la $D_x = -16$, $D_y = 30$, $D_z = -20$ şi $x = \frac{D_x}{D(4)}$, $y = \frac{D_y}{D(4)}$, $z = \frac{D_z}{D(4)}$ deci $S = \{(\frac{8}{3}, -5, \frac{10}{3})\}$.	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro

2. a)	Din relaţiile lui Viète $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -8$, $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = 0$, $x_1x_2x_3x_4 = 16$ se determină $S = 0$, $f(S) = 16$, $P = 16$, $f(S) + P = 16 + 16 = 32$.	1p 3p 1p
b)	Polinomul $f = X^4 - 8X^2 + 16$ se restrânge în $(X^2 - 4)^2 = (X - 2)^2(X + 2)^2$. Unul din factorii lui f este polinomul g deci g divide f.	3p 2p
c)	Din punctul b) rădăcinile polinomului f sunt $x_1 = x_2 = 2$, $x_3 = x_4 = -2$. $x_1^4 = x_2^4 = 2^4 = 16$, $x_3^4 = x_4^4 = (-2)^4 = 16$. $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 16 + 16 + 16 + 16 = 64$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Formula $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$. Calculul lui $(\frac{2x}{x^2+3})' = \frac{(2x)'(x^2+3) - 2x(x^2+3)'}{(x^2+3)^2} = \frac{-2(x^2-3)}{(x^2+3)^2}$, deci $f'(x) = \frac{-2(x^2-3)}{(x^2+3)^2}$. Calculul lui $f'(0) = \frac{2}{3}$.	2p 2p 1p
b)	Rezolvarea ecuaţiei $f'(x) = 0$ conduce la aflarea punctelor de extrem. Din punctul a) $f'(x) = \frac{-2(x^2-3)}{(x^2+3)^2}$ şi $f'(x) = 0$ rezultă $\frac{-2(x^2-3)}{(x^2+3)^2} = 0$. $x^2 - 3 = 0$ şi $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$. $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ de unde rezultă punctele de extrem de coordonate $(\pm\sqrt{3}, \pm\frac{\sqrt{3}}{3})$.	1p 1p 1p 2p
c)	Notarea $\lim_{x\to\infty}(f(x) - x) = \lim_{x\to\infty}(\frac{2x}{x^2+3} - x) = L$. Aducerea la acelaşi numitor $L = \lim_{x\to\infty}\frac{2x - x(x^2+3)}{x^2+3}$.	1p 1p 1p

www.mateinfo.ro

	Calculele $L = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x^3-x}{x^2+3}$.	2p
	Observarea nedeterminării $\dfrac{\infty}{\infty}$ şi găsirea limitei $L = -\infty$.	
2. a)	Orice funcţie continuă admite primitive, f este contină pe **R** - {1}, pentru continuitatea lui f în $x_0 = 1$ se calculează limitele laterale şi $f(1)$.	2p
	$l_s = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}(-x^2+3x-2) = 0$, $l_d = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}(x+3)\ln x = 0$, $f(1) = (1+3)ln1 = 0 \Rightarrow f$ continuă în $x_0 =$ 1.	2p 1p
	f admite primitive pe **R**.	
b)	0 şi $\dfrac{1}{2} < 1$ deci $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (-x^2+3x-2)dx$.	1p
	$\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$	1p
	$\int (-x^2+3x-2)dx = -\dfrac{x^3}{3} + 3\dfrac{x^2}{2} - 2x + c$.	1p
	$\int_0^{\frac{1}{2}} (-x^2+3x-2)dx = (-\dfrac{x^3}{3} + 3\dfrac{x^2}{2} - 2x)\Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\dfrac{(\frac{1}{2})^3}{3} + 3\dfrac{(\frac{1}{2})^2}{2} - 2(\frac{1}{2}) = -\dfrac{2}{3}$.	2p
c)	1, $e^2 \geq 1$ deci $\int_1^{e^2} \dfrac{f(x)}{x+3}dx = \int_1^{e^2} \dfrac{(x+3)\ln x}{x+3}dx = \int_1^{e^2} \ln x dx$.	2p
	Formula de integrare prin părţi $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$ f, g derivabile cu derivatele continue.	1p
	$\int_1^{e^2} \ln x dx = x\ln x\Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} dx = x\ln x\Big|_1^{e^2} - x\Big|_1^{e^2} = e^2 + 1.$	2p

www.mateinfo.ro