BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 20

Prof: Ciocănaru Viorica

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_{25}=a_1+24r=3-48=-45$	2p
	$S_{25}=\frac{(a_1+a_{25})\cdot 25}{2}=\frac{(3-45)\cdot 25}{2}=-525$	3p
2.	Ecuaţia are soluţii reale egale $\Leftrightarrow \Delta=0$	1p
	$\Delta=(m-1)^2-8m=m^2-10m+1$	2p
	$m^2-10m+1=0\Rightarrow m\in\left\{5-2\sqrt{6},\ 5+2\sqrt{6}\right\}$	2p
3.	$f(0)=3^1-1=2\Rightarrow$ graficul intersectează axa Oy în punctul $(0,2)$	2p
	$f(x)=0\Leftrightarrow 3^{2x+1}=1=3^0\Leftrightarrow 2x+1=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$	2p
	graficul intersectează axa Ox în punctul $\left(-\frac{1}{2},0\right)$	1p
4.	$C_n^2=\frac{n(n-1)}{2},\ P_3=3!=6$	2p
	$n(n-1)=12\Leftrightarrow n^2-n-12=0$	2p
	$n=4$ (soluţia $n=-3$ nu convine)	1p
5.	$\vec{v},\vec{u}$ coliniari $\Leftrightarrow \frac{a+2}{3}=\frac{a-3}{-2}$	2p
	$-2a-4=3a-9\Leftrightarrow 5a=5$	2p
	$a=1$	1p
6.	$\sin 75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$	2p
	$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$	2p
	$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Pentru $a=1$: $B(1,2), C(-3,-2);\ BC:\ \frac{y-2}{-2-2}=\frac{x-1}{-3-1}$	3p

www.mateinfo.ro

a)	$BC:\ x-y+1=0$	2p
b)	Pentru $a=-2$: $A(3,-2), B(-2,2), C(-3,-2);\ \Delta=\begin{vmatrix}3&-2&1\\-2&2&1\\-3&-2&1\end{vmatrix}=24$	3p
	$\mathscr{A}_{ABC}=\frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert=12$	2p
c)	A,B,C coliniare $\Leftrightarrow\begin{vmatrix}3&a&1\\a&2&1\\-3&-2&1\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -a^2-5a+18=0$	3p
	$a^2+5a-18=0\Rightarrow a=\frac{-5\pm\sqrt{97}}{2};\ a>0\Rightarrow a=\frac{\sqrt{97}-5}{2}$	2p
2.	$\hat{2}x=\hat{1}-\hat{3}=\hat{3}$	2p
a)	Inversul lui $\hat{2}$ în $\mathbb{Z}_5$ este $\hat{3}$, deci $x=\hat{3}\cdot\hat{3}=\hat{4}$	3p
b)	Calculăm cu reprezentanţii claselor: $\begin{vmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{vmatrix}=1\cdot(6-1)-2\cdot(4-3)+3\cdot(2-9)=-18$	3p
	$-18\equiv 2\pmod 5$, deci determinantul este egal cu $\hat{2}$	2p
c)	Din prima ecuaţie $y=\hat{1}-\hat{2}x$; înlocuind: $x+\hat{4}(\hat{1}-\hat{2}x)=\hat{3}\Leftrightarrow -\hat{7}x=-\hat{1}\Leftrightarrow\hat{2}x=\hat{1}$	3p
	$x=\hat{3}, y=\hat{1}-\hat{6}=\hat{0}$; soluţia este $(\hat{3},\hat{0})$	2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$f'(x)=\frac{1}{x}+x,\ g'(x)=2x-3$	2p
a)	$(f(x)\cdot g(x))'=\left(\frac{1}{x}+x\right)(x^2-3x)+\left(\ln x+\frac{x^2}{2}\right)(2x-3)$	3p
b)	$f''(x)=-\frac{1}{x^2}+1=\frac{x^2-1}{x^2},\ x>0$	2p
	$f''(x)<0$ pentru $x\in(0,1)\Rightarrow f$ este concavă pe $(0,1]$	2p
	$f''(x)>0$ pentru $x\in(1,+\infty)\Rightarrow f$ este convexă pe $[1,+\infty)$	1p
c)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2}\right)}{x^2\left(1-\frac{3}{x}\right)}$	3p
	$=\frac{1}{2}$, deoarece $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$	2p
2.	$\int f(x)\,dx=\int\left(x^2+x+\frac{2}{x}\right)dx$	2p

www.mateinfo.ro

a)	$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2\ln x + \mathscr{C},\ x \in [1,3]$	3p
b)	$f(x) - x^2 - \frac{2}{x} = x$, deci integrala este $\int_1^3 xe^x\,dx$	1p
	$= xe^x\|_1^3 - \int_1^3 e^x\,dx = (x-1)e^x\|_1^3$	2p
	$= 2e^3$	2p
c)	$g(x) = x^2 + \frac{2}{x},\ V = \pi\int_1^2 g^2(x)\,dx = \pi\int_1^2 \left(x^4 + 4x + \frac{4}{x^2}\right)dx$	2p
	$= \pi\left(\frac{x^5}{5} + 2x^2 - \frac{4}{x}\right)\Big\|_1^2 = \pi\left(\frac{72}{5} - \left(-\frac{9}{5}\right)\right)$	2p
	$V = \frac{71\pi}{5}$	1p

www.mateinfo.ro