BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 21

Prof: Ciocănaru Viorica

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$b_1(1-q^3)=7$ şi $b_1(1-q)=4 \Rightarrow 1+q+q^2=\frac{7}{4} \Leftrightarrow 4q^2+4q-3=0$	2p
	$q=\frac{1}{2}$ (termenii sunt pozitivi, deci $q=-\frac{3}{2}$ nu convine) şi $b_1=8$	2p
	$b_{12}=b_1q^{11}=8\cdot\frac{1}{2^{11}}=\frac{1}{256}$	1p
2.	Condiţie: $x\neq 1$; $5^{\frac{x+2}{x-1}}=5^3 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-1}=3$	2p
	$x+2=3x-3 \Leftrightarrow 2x=5$	2p
	$x=\frac{5}{2}$	1p
3.	Condiţii: $x>0$, $2x-1>0$, $x+1>0 \Rightarrow x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	1p
	$\log_3(x(2x-1))=\log_3(x+1)^2 \Leftrightarrow 2x^2-x=x^2+2x+1 \Leftrightarrow x^2-3x-1=0$	2p
	$x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$; convine doar $x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	2p
4.	$x_V=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$, $y_V=f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{7}{4}$, deci $V\left(\frac{3}{2},\frac{7}{4}\right)$	3p
	$f(0)=4$, deci parabola intersectează axa Oy în punctul $(0,4)$	2p
5.	$\vec{v}=\vec{u} \Leftrightarrow 5a+1=3{,}5$ şi $2b-3=2{,}4$	2p
	$a=0{,}5$	2p
	$b=2{,}7$	1p
6.	$BC^2=AB^2+AC^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A$	2p
	$BC^2=64+100-2\cdot 8\cdot 10\cdot\frac{1}{2}=84$	2p
	$BC=2\sqrt{21}$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

www.mateinfo.ro

1.	$A-B=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&0&0\\0&2&-1\end{pmatrix}$	1p
a)	$\det(A-B)=2$	2p
	$\text{tr}(A-B)=1+0+(-1)=0$	2p
b)	$\det A=-3\neq 0\Rightarrow A$ este inversabilă	1p
	$A^*=\begin{pmatrix}1&1&-2\\-2&-5&4\\1&7&-5\end{pmatrix}$	2p
	$A^{-1}=\frac{1}{\det A}A^*=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}&-\frac{1}{3}&\frac{2}{3}\\\frac{2}{3}&\frac{5}{3}&-\frac{4}{3}\\-\frac{1}{3}&-\frac{7}{3}&\frac{5}{3}\end{pmatrix}$	2p
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}0+12+6&2+3+0&3+0+4\\0+4+0&4+1+0&6+0+0\\0+8+3&6+2+0&9+0+2\end{pmatrix}$	3p
	$A\cdot B=\begin{pmatrix}18&5&7\\4&5&6\\11&8&11\end{pmatrix}$	2p
2.	$x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	1p
a)	$(x*y)*z=(x-3)(y-3)(z-3)+3$ şi $x*(y*z)=(x-3)(y-3)(z-3)+3$	3p
	$(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice $x,y,z\in\mathbb{R}$, deci legea este asociativă	1p
b)	$x*5=2(x-3)+3=2x-3$	2p
	$2x-3=1\Leftrightarrow x=2$	3p
c)	$2*C_n^2=-(C_n^2-3)+3=6-C_n^2$	2p
	$6-C_n^2>1\Leftrightarrow\frac{n(n-1)}{2}<5\Leftrightarrow n(n-1)<10$	2p
	$n\geq 2\Rightarrow n\in\{2,3\}$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\lim\limits_{x\nearrow 0}f(x)=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}=f(0)$	2p
a)	$\lim\limits_{x\searrow 0}f(x)=\frac{3}{4}$	2p

www.mateinfo.ro

	f este continuă în $x_0 = 0$	1p
b)	Pentru $x > 0$: $f'(x) = \dfrac{(x+4)-(x+3)}{(x+4)^2} = \dfrac{1}{(x+4)^2}$	3p
	$f'(2) = \dfrac{1}{36}$	2p
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-3}{x-4} = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală spre $-\infty$	2p
	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{x+4} = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală spre $+\infty$	2p
	Graficul funcţiei f nu admite asimptote oblice	1p
2.	$\int_1^2 f_0(x)\,dx = \int_1^2 \dfrac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x\Big\|_1^2$	3p
a)	$= \operatorname{arctg} 2 - \dfrac{\pi}{4}$	2p
b)	$I_n + I_{n+2} = \int_0^1 \dfrac{x^n(x^2+1)}{x^2+1}\,dx = \int_0^1 x^n\,dx = \dfrac{1}{n+1}$	3p
	$I_{2010} + I_{2012} = \dfrac{1}{2011}$	2p
c)	$f_2(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1} \geq 0$, deci $\mathscr{A} = \int_0^1 f_2(x)\,dx = \int_0^1 \left(1 - \dfrac{1}{x^2+1}\right) dx$	2p
	$= (x - \operatorname{arctg} x)\Big\|_0^1$	2p
	$\mathscr{A} = 1 - \dfrac{\pi}{4}$	1p

www.mateinfo.ro