BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 28

Prof: Gaga Loghin

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\varepsilon^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $\varepsilon^3 = 1$	3p 2p
2.	$y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ $\begin{cases} 3x^2 - 4x - 14 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}; \Rightarrow 12m^2 + 8m + 1 = 0$ Rezolvare. Cel mai mare este $m = -\frac{1}{6}$	1p 2p 2p
3.	Condiții de existență: $\begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}$ Rezolvare sistem de inecuații și soluție: $x \in [3, +\infty)$ Rezolvare: $2x^2 = 19; x_1 = \sqrt{\frac{19}{2}}; x_2 = -\sqrt{\frac{19}{2}}$ *nu convine;*	1p 2p 2p
4.	$p = \frac{cf}{cp}$ $cf = 5;\ cp = 100\ \ p = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$	2p 3p
5.	$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ $\overline{AC} = \bar{i} - \bar{j} \Rightarrow \left(\overline{AB} + \overline{BC}\right)(1, -1)$	3p 2p

www.mateinfo.ro

6.	$\cos 90^0 = 0$ $\Rightarrow \cos 1^0 \cdot \cos 2^0 \cdot \ldots \cdot \cos 179^0 = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A = 0$. Alegem un determinand de ordinul 2; $d_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2-1 = 1 \neq 0$ Deoarece $d_1 \neq 0 \Rightarrow$ rangA = 2	3p 2p
b)	Calcul $V(x) = \begin{pmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 2+x & 3 \\ 3 & 2 & 1+x \end{pmatrix}$ Determinare $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x$ Rezolvare ecuația $x^3 + 4x^2 - 5x = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -5$	1p 2p 2p
c)	Presupun că există o matrice B, astfel încât $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Atunci sistemul $AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=0 \\ 3x+2y+z=0 \end{cases}$ are soluție. Deoarece rangA =2, $\Delta_p = d_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ este minor principal. Minorul caracteristic este $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$. Deoarece determinantul caracteristic este nenul, conform Teoremei Rouche, sistemul este incompatibil. Deci afirmația este falsă.	1p 2p 2p
2. a)	$x * x = 2x - 3$ $x \circ x = x^2 - 6x + 12$ Din $x * x = x \circ x \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$	1p 1p 2p 1p

www.mateinfo.ro

	Rezolvare ecuație și soluții $x_1=5, x_2=3$	
b)	$x\circ a=3\Rightarrow (x-3)(a-3)+3=3\Leftrightarrow (x-3)(a-3)=0$ Pentru $x\neq 3\Rightarrow a=3$ Pentru $x=3\Rightarrow 3\circ 3=0\cdot 0=0$	3p 2p
c)	Sistemul devine $\begin{cases} x+y=10 \\ (x-3)(y-3)=3 \end{cases}$ Notăm $u=x-3,\ v=y-3$: $u+v=4,\ uv=3\Rightarrow \{u,v\}=\{1,3\}$ Finalizare: $(x,y)\in\{(4,6),(6,4)\}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$ $f'(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$	2p 3p
b)	Știm că , pentru un $x_0\in D$, unde D este domeniul de definiție al funcției, funcția are derivată în x_0 , atunci există relația $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$, finită În cazul nostru, $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=\frac{3}{4}$	3p 2p
c)	Domeniul de concavitate se găsește în intervalul în care $f''(x)\le 0$, iar domeniul de convexitate, în ntervalul în care $f''(x)\ge 0$ $f''(x)=\frac{2}{(x+1)^3}$ Din semnul funcției $f''(x)$, vedem că funcția f este strict convexă pentru $x\in(-1,+\infty)$	1p 2p 2p
2. a)	$I_1=\int_e^{e^2} x\ln x\cdot dx$	1p

www.mateinfo

	Folosim formula de integrare prin părți și obținem: $I_1 = \frac{3e^4 - e^2}{4}$	3p
b)	$I_{n+1} = \int_e^{e^2} x \ln^{n+1} x \, dx$	1p
	Funcția $f : \left[e, e^2\right] \to \mathbb{R}, f(x) = \ln x$ este crescătoare pe domeniul de definiție, deci	1p
	$\ln^n x \le \ln^{n+1} x \Rightarrow x \ln^n x \le x \ln^{n+1} x, \forall x \in \left[e, e^2\right]$	2p
	$\Rightarrow \int_e^{e^2} x \ln^n x \, dx \le \int_e^{e^2} x \ln^{n+1} x \, dx \Rightarrow I_n \le I_{n+1}, \forall x \in \left[e, e^2\right], n \in \mathbb{N}$	1p
c)	După calcule, se obține	3p
	$I_n = \frac{e^4 \cdot 2^n - e^2}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$	2p

www.mateinfo.ro