BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 29

Prof: Ionescu Maria.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\lvert 2x-5\rvert \le 3 \Leftrightarrow -3 \le 2x-5 \le 3 \Leftrightarrow 1 \le x \le 4$ $x \in Z \Rightarrow x \in \{1,2,3,4\}$	3p 2p
2.	Se pun condiţiile de existenţă : $x-5 \ge 0 \Rightarrow x \in [5,+\infty)$ $2-x \ge 0 \Rightarrow x \in (-\infty,2]$ De unde se deduce că ecuaţia nu are soluţii reale.	2p 2p 1p
3.	Cum $f(3)=0$ şi $f(4)=0$ $\Rightarrow f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(10)=0$	2p 3p
4.	Notăm $5^x=t, \quad t>0$ şi ecuaţia devine $t^2-6t+5=0$ $t_1=1, \quad t_2=5$ $5^x=1 \Rightarrow x=0$ $5^x=5 \Rightarrow x=1$	1p 2p 1p 1p
5.	$\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$ $\cos A=\dfrac{25+49-64}{2\cdot 5\cdot 7}=\dfrac{1}{7}$	2p 3p
6.	Ecuaţia dreptei MN: $\dfrac{x-x_M}{x_N-x_M}=\dfrac{y-y_M}{y_N-y_M}$ $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-3}{-5}$ $\Rightarrow x-y+1=0$ este ecuaţia dreptei MN.	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2=\begin{pmatrix}1&-2&3\\2&-1&1\\3&-1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-2&3\\2&-1&1\\3&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-3&-5\\3&-4&3\\-5&-3&12\end{pmatrix}$	5p
b)	$I_3+A=\begin{pmatrix}2&-2&3\\2&0&1\\3&-1&-1\end{pmatrix}$ De unde se obţine $\det(I_3+A)=-14$	2p 3p
c)	$\det(A)=-8\neq 0\Rightarrow\exists A^{-1}$ $A^{-1}=\frac{-1}{8}\begin{pmatrix}3&-7&1\\7&-11&5\\1&-5&3\end{pmatrix}$	1p 4p
2. a)	$x\circ 5=(x-5)(5-5)+5=0+5=5$ $5\circ x=(5-5)(x-5)+5=0+5=5$ $\Rightarrow x\circ 5=5\circ x=5,\quad\forall x\in Z$	2p 2p 1p
b)	Căutăm $e\in Z$ a.î. $x\circ e=e\circ x=x,\quad\forall x\in Z$ .Se verifică $x\circ e=e\circ x$. Din $x\circ e=x\Rightarrow(x-5)(e-5)+5-x=0\Rightarrow(x-5)(e-6)=0\Rightarrow e=6\in Z$	2p 3p
c)	$x\circ x\circ x\circ x\circ x=x\Leftrightarrow(x-5)^5+5=x\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow(x-5)^5-(x-5)=0\Leftrightarrow(x-5)\left[(x-5)^4-1\right]=0\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow\begin{cases}(x-5)=0\Rightarrow x=5\\(x-5)^4=1\Rightarrow(x-5)=\pm1\Rightarrow\begin{cases}x=6\\x=4\end{cases}\end{cases}$	1p 1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Funcţia f este derivabilă pe R, fiind produs de funcţii derivabile pe R şi	2p

www.mateinfo.ro

	$f'(x)=\left(x^2-2012x+2011\right)'e^x+\left(x^2-2012x+2011\right)\left(e^x\right)'$ $f'(x)=(2x-2012)e^x+\left(x^2-2012x+2011\right)e^x=$ $f'(x)=\left(x^2-2010x-1\right)e^x$	2p 1p
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)=-1$ $f'(0)=-1$	3p 2p
c)	Din punctul a) se obţine că funcţia f este descrescătoare pe intervalul [0,2] $\Rightarrow f(2)\le f(1)\le f(0)$ $f(2)=-2009e^2$, $f(0)=2011$ $\Rightarrow -2009e^2\le f(1)\le 2011$	1p 1p 2p 1p
2. a)	$I_2=\int_0^1\dfrac{x^2}{x+2}dx$ $I_2=\int_0^1\dfrac{x^2-4+4}{x+2}dx=\int_0^1\dfrac{(x-2)(x+2)}{x+2}dx+\int_0^1\dfrac{4}{x+2}dx$ $I_2=\left[\dfrac{x^2}{2}-2x+4\ln(x+2)\right]\Big\vert_0^1=4\ln\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}$	1p 2p 2p
b)	$I_{n+1}+2I_n=\int_0^1\dfrac{x^{n+1}}{x+2}dx+2\int_0^1\dfrac{x^n}{x+2}dx$ $I_{n+1}+2I_n=\int_0^1\dfrac{x^n(x+2)}{x+2}dx=\int_0^1 x^n dx$ $I_{n+1}+2I_n=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}\Big\vert_0^1=\dfrac{1}{n+1}$	1p 2p 2p
c)	Din $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{x+2}\le\dfrac{1}{2}$, $\forall x\in[0,1]$, $\Rightarrow\dfrac{x^n}{3}\le\dfrac{x^n}{x+2}\le\dfrac{x^n}{2}$, $\forall x\in[0,1]$, $\forall n\in N^*$ şi deci $\int_0^1\dfrac{x^n}{3}dx\le I_n\le\int_0^1\dfrac{x^n}{2}dx\Leftrightarrow\dfrac{1}{3(n+1)}\le I_n\le\dfrac{1}{2(n+1)}$ Pentru n=2011 se obţine $\dfrac{1}{3}\le 2012\cdot I_{2011}\le\dfrac{1}{2}$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro