BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 31

Prof:Isofache Cătălina Anca,C.N.Al..Cuza Ploieşti

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1+2^2+2^4+2^6+2^8+2^{10}+2^{12}=\frac{\left(2^2\right)^7-1}{2^2-1}$. Deci S=5461	3p 2p
2.	f(x)=0$\Rightarrow$ $x^2+6x-7=0$ cu soluţiile $x_1=1; x_2=-7$ .Deci A(1 ;0) şi B(-7 ;0) f(0)=$-7\Rightarrow$C(0 ;-7)	3p 2p
3.	Condiţii de existenţă: $\begin{cases} x+7>0 \\ x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(2;\infty)$ lg(x+7)-lg(x-2)=1 $\Leftrightarrow \lg\frac{x+7}{x-2}=1\Leftrightarrow\frac{x+7}{x-2}=10$ $x=3\in(2,\infty)$	1p 3p 1p
4.	P=$\frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}$. Nr.cazuri posibile=2012:2=1006 2012:6=335,rest 2.Deci 335 numere divizibile cu 6. c.m.m.m.c.al numerelor 4 si 6=12 2012:12=167,rest 8. 335-167=168 numere divizibile cu 6,nedivizibile cu 4. P=$\frac{168}{1006}=\frac{84}{503}$	1p 1p 1p 1p 1p

www.mateinfo.ro

5.	Din reciproca teoremei lui Pitagora ,rezultă că triunghiul ABC este dreptunghic în A. $\cos B=\frac{AB}{BC}$ .Deci $\cos B=\frac{10}{26}=\frac{5}{13}$.	2p 3p
6.	$\sin(360^0-x)=-\sin x,\ \forall x\in R$ Aplicând proprietatea de mai sus pentru $x=1^0;2^0;...;179^0;\sin 180^0=0$ şi $\sin 360^0=0\Rightarrow$ S=0	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ detA=0	3p 2p
b)	$X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$;$XA=\begin{pmatrix}0&a\\0&c\end{pmatrix}$;$AX=\begin{pmatrix}c&d\\0&0\end{pmatrix}$. Rezultă că c=0 şi a=d. Deci $X=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$.	3p 2p
c)	Inmulţim la stânga şi la dreapta ecuaţia $Y^2=A$ cu Y,obţinem YA=AY. $Y=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$. $Y^2=\begin{pmatrix}a^2&2ab\\0&a^2\end{pmatrix}$.Rezultă a=0,deci $Y^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.Fals. Ecuaţia nu are soluţii.	1p 2p 2p
2. a)	$x\circ y=2xy+2x+2y+1=2xy+2x+2y+2-1=$ $=2(xy+x+y+1)-1=2(x+1)(y+1)-1$	2p 3p
b)	$(x\circ y)\circ z=4(x+1)(y+1)(z+1)-1$ $x\circ(y\circ z)=4(x+1)(y+1)(z+1)-1$ $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z),\ \forall x;y;z\in\mathbf{R}$.	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

c)	$x\circ(-1)=-1$ şi $(-1)\circ x=-1$; $\forall x\in R$ [(-2012) ∘ (-2011)...] ∘ (−1) ∘ [0 ∘ 1 ∘ ... ∘ ∘ ... ∘ 2012]= −1<0	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=(x^2-4)'(x^2-1)+(x^2-4)(x^2-1)'$ $f'(x)=2x(2x^2-5)$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2-4)(x^2-1)-4}{x}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\infty$.	2p 3p
c)	$f''(x)=12x^2-10$. $f''(x)=0\Rightarrow 12x^2-10=0\Rightarrow x_{1;2}=\pm\sqrt{\dfrac{5}{6}}$. Deci, funcţia are 2 puncte de inflexiune.	1p 1p 2p 1p

x	$-\infty$ $-\sqrt{\frac{5}{6}}$ $+\sqrt{\frac{5}{6}}$ $+\infty$
f''(x)	+ + + + + + + + + + + + + + + + 0 - - - - - - - - - - 0 + + + + + + + + + + + + +
f(x)	convexă $f\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ concavă $f\left(+\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ convexă

2. a)	$I_0=\left(\frac{1}{4}\ln(4x+3)\right)\Big\|_0^1\Rightarrow I_0=\frac{1}{4}\ln\frac{7}{3}$. $I_1=\frac{1}{4}\int_0^1\left(1-\frac{3}{4x+3}\right)dx\Rightarrow I_1=\left(\frac{1}{4}x\right)\Big\|_0^1-\left(\frac{3}{16}\ln(4x+3)\right)\Big\|_0^1\Rightarrow I_1=\frac{1}{4}-\frac{3}{16}\ln\frac{7}{3}$.	3p 2p
b)	$4I_{n+1}+3I_n=4\int_0^1\frac{x^{n+1}}{4x+3}dx+3\int_0^1\frac{x^n}{4x+3}dx=\int_0^1\frac{4x^{n+1}+3x^n}{4x+3}dx=\int_0^1\frac{x^n(4x+3)}{4x+3}dx=\int_0^1 x^n dx$	1p 1p

www.mateinfo.ro

	$4I_{n+1}+3I_n = x^{n+1}\Big\|_0^1 = \frac{1}{n+1}$	1p 2p
c)	$I_{n+1}-I_n \le 0 \Rightarrow (I_n)_n$ descrescător. $4I_{n+1}+3I_n \le 7I_n \Rightarrow I_n \ge \frac{1}{7(n+1)}$; $4I_{n+1}+3I_n \ge 7I_{n+1} \Rightarrow I_{n+1} \ge \frac{1}{7(n+1)}$. Deci $\frac{1}{7n} \le I_n \le \frac{1}{7(n+1)} \Big\vert \cdot n$. Rezultă $7 \le I_n \le \frac{7n}{n+1}$ .Obținem $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n$.$= \frac{1}{7}$.	1p 2p 1p 1p

www.mateinfo.ro