BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 40

Prof. Lămătic Lidia Carmen

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$-10 \le x+2 \le 10$ $-12 \le x \le 8$ $(-12)\cdot(-11)\cdot....\cdot 0\cdot 1\cdot....\cdot 8 = 0$	2p 1p 2p
2.	$\Delta = (-2m)^2 - 4(m-1)(m+1) = 4$ $-\frac{\Delta}{4a} < 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{4(m-1)} < 0$ $m-1 > 0 \Rightarrow m \in (1;\infty)$	1p 2p 2p
3.	Notăm $5^x = y$ şi obţinem $y + 25y = \frac{26}{5}$ $y = \frac{1}{5} \Rightarrow x = -1$	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre $\Rightarrow$ 90 de cazuri posibile Numerele de două cifre cuburi perfecte sunt 27, 64 $\Rightarrow$ 2 de cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{45}$	1p 2p 2p
5.	$m_d = -2$ $m_d \cdot m_{d'} = -1 \Rightarrow m_{d'} = \frac{1}{2}$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro

	Ecuaţia perpendicularei este $y-y_A=\frac{1}{2}(x-x_A)\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$	
6.	$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}$ $\cos B=\frac{5}{9}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A\in P\Rightarrow A^2=I_3$ $B^2=\frac{1}{4}(A^2+A+A+I_3)=\frac{1}{4}(I_3+A+A+I_3)$ $=\frac{1}{2}(A+I_3)=B\in Q$	1p 2p 2p
b)	$A\in Q\Rightarrow A^2=A$ $C^2=4A^2-2A-2A+I_3=4A-2A-2A+I_3$ $=I_3=C\in P$	1p 2p 2p
c)	$\det A=1\neq 0$, deci matricea este inversabilă $\forall a,b\in\mathbb{R}$ $A^*=\begin{pmatrix}1 & -a & a^2-b\\ 0 & 1 & -a\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $A^{-1}=A^*=\begin{pmatrix}1 & -a & a^2-b\\ 0 & 1 & -a\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2. a)	$xy+yx=yx+xy$, adevărat $\forall x,y\in I\Rightarrow$ "$*$" comutativă $(x*y)*z=xyz+yxz+zxy+zyx,\quad x*(y*z)=xyz+xzy+yzx+zyx$ "$*$" nu este asociativă, deoarece $(I,+,\cdot)$ este inel necomutativ	1p 2p 2p
b)	Datorită comutativităţii este suficientă verificarea distributivităţii la stânga sau la dreapta.	1p

www.mateinfo.ro

	$x*(y+z)=x(y+z)+(y+z)x=xy+yx+xz+zx=(x*y)+(x*z),\forall x,y,z\in I$	4p
c)	$x^2*(y*x)=x^2*(yx+xy)=x^2yx+x^3y+yx^3+xyx^2$ $(x^2*y)*x=(x^2y+yx^2)*x=x^2yx+yx^3+x^3y+xyx^2$ concluzie	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Nu avem asimptote verticale $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{e^x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{e^x}=0\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală la $+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{e^x}=\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot e^{-x}=-\infty\Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală la $-\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{e^x}=\infty\Rightarrow$ nu există asimptotă oblică la $-\infty$	1p 2p 1p 1p
b)	$f'(x)=\frac{1-x}{e^x},\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=1$ f strict crescătoare pe $(-\infty,1)$, f strict descrescătoare pe $(1,+\infty)$ $f(1)=\frac{1}{e}\Rightarrow A\left(1;\frac{1}{e}\right)$ punct de maxim	1p 1p 2p 1p
c)	$f''(x)=\frac{x-2}{e^x},\forall x\in\mathbb{R}$ $f''(x)=0\Rightarrow x=2$ $f''(x)<0,\forall x<2;f''(x)>0,\forall x>2\Rightarrow x=2$ punct de inflexiune	2p 1p 2p
2. a)	$f(1)=3,f(x)=\frac{x^3-1}{x-1},x\neq1$ $f(x)>0,x\in\mathbb{R}\Rightarrow$F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

b)	$F(x)=x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ F strict crescătoare $\Rightarrow$ F injectivă $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=-\infty,\lim\limits_{x\to\infty}F(x)=+\infty\Rightarrow$ F surjectivă Deci, F este bijectivă $\Rightarrow$ F inversabilă	1p 1p 2p 1p
c)	$F(0)=0,F(1)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$ $\int_0^{\frac{11}{6}}F^{-1}(x)dx=\int_{F(0)}^{F(1)}F^{-1}(x)dx=\int_0^1F^{-1}(F(x))F'(x)dx=\int_0^1xf(x)dx=\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}\Big\vert_0^1=\frac{13}{12}.$	2p 3p

www.mateinfo.ro