BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 40

Prof: Viorica Lungana

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$x^2-5x+6=0 \Rightarrow \begin{matrix} x_1=2\in\mathbb{Z} \\ x_2=3\in\mathbb{Z} \end{matrix}$ Deci mulțimea de adevăr este: $\{2;3\}$	3p 2p
2.	$a_n=a_1+(n-1)r, n\geq 1$ $a_{10}=a_1+9r$ $a_{10}=131$ și $r=12 \Rightarrow a_1+9\cdot 12=131 \Leftrightarrow a_1=131-108 \Leftrightarrow a_1=23$	1p 2p 2p
3.	$\lg 288=\lg\left(2^5\cdot 3^2\right)=$ $=\lg 2^5+\lg 3^2=$ $=5\lg 2+2\lg 3=5A+2B$	1p 2p 2p
4.	$n-2\geq 0 \Rightarrow n\geq 2, n\in\mathbb{N}$ $\frac{n!}{(n-2)!}=2 \Leftrightarrow \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!}=2 \Leftrightarrow n(n-1)=2$ $n^2-n-2=0 \Rightarrow n_1=2\in\mathbb{N},\ n_2=-1\notin\mathbb{N}.$ Deci $n=2$	2p 3p
5.	$\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}=(x_C-x_A)\vec{i}+(y_C-y_A)\vec{j}-2\left[(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}\right]=$ $=10\vec{i}+\vec{j}-2\left(3\vec{i}-3\vec{j}\right)=4\vec{i}+7\vec{j}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

6.	$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, (1) $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, (2) Din relațiile (1) și (2) rezultă $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\begin{cases}2X+3Y=A\\X+2Y=B\end{cases}\cdot(-2)\Rightarrow\begin{cases}2X+3Y=A\\-2X-4Y=-2B\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}X=B-2Y\\Y=2B-A\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}X=2A-3B\\Y=2B-A\end{cases}$ $X=2A-3B=2\cdot\begin{pmatrix}-1&2&-1\\2&-1&2\\-1&2&-1\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&2\\1&2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&4&-2\\4&-2&4\\-2&4&-2\end{pmatrix}+$ $+\begin{pmatrix}-3&-6&-3\\-6&-3&-6\\-3&-6&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5&-2&-5\\-2&-5&-2\\-5&-2&1\end{pmatrix}$ $Y=2B-A=2\cdot\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&2\\1&2&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&2&-1\\2&-1&2\\-1&2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4&2\\4&2&4\\2&4&-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-2&1\\-2&1&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}3&2&3\\2&3&2\\3&2&-1\end{pmatrix}$	2p 2p 1p
b)	$X+Y=\begin{pmatrix}-5&-2&-5\\-2&-5&-2\\-5&-2&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&2&3\\2&3&2\\3&2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&0&-2\\0&-2&0\\-2&0&0\end{pmatrix}$ $A-B=\begin{pmatrix}-1&2&-1\\2&-1&2\\-1&2&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&2\\1&2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&2&-1\\2&-1&2\\-1&2&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&-2&-1\\-2&-1&-2\\-1&-2&1\end{pmatrix}=$	3p 2p

www.mateinfo.ro

	$=\begin{pmatrix}-2 & 0 & -2\\ 0 & -2 & 0\\ -2 & 0 & 0\end{pmatrix}$ Deci $X+Y=A-B$	
c)	$\det(X+Y)=\begin{vmatrix}-2 & 0 & -2\\ 0 & -2 & 0\\ -2 & 0 & 0\end{vmatrix}=$ $=8\in\mathbf{N}$	3p 2p
2. a)	$x*y=xy-5x-5y+30=(x-5)(y-5)+5,(\forall)x,y\in G$ Legea este asociativă dacă $(x*y)*z=x*(y*z),(\forall)x,y,z\in G$ $(x*y)*z=(x*y-5)(z-5)+5=[(x-5)(y-5)+5-5](z-5)+5=$ $=(x-5)(y-5)(z-5)+5,(\forall)x,y,z\in G$, (1) $x*(y*z)=(x-5)(y*z-5)+5=(x-5)[(y-5)(-5)+5-5]+5=$ $=(x-5)(y-5)(z-5)+5,(\forall)x,y,z\in G$, (2) Din relațiile (1) și (2), rezultă legea este asociativă.	1p 2p 2p
b)	Legea are element neutru dacă există $e\in G$ astfel încât $x*e=e*x=x,(\forall)x\in G$. $x*e=x,(\forall)x\in G\Leftrightarrow(x-5)(e-5)+5=x,(\forall)x\in G\Leftrightarrow(x-5)(e-6)=0,(\forall)x\in G\Rightarrow$ $\Rightarrow e=6\in(5,\infty),(\forall)x\in G$. Oricare ar fi $x\in G$ există $x'\in G$ astfel încât $x*x'=x'*x=6$. $x*x'=6,(\forall)x\in G\Leftrightarrow(x-5)(x'-5)+5=6,(\forall)x\in G\Leftrightarrow x'-5=\frac{1}{x-5},(\forall)x\in G\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x'=5+\frac{1}{x-5}>5,(\forall)x\in(5,\infty)$. Deci orice element din mulțimea G este inversabil.	3p 2p
c)	Din asociativitatea legii, dacă $x=y=z$, atunci $x*x*x=6\Leftrightarrow(x-5)^3+5=6\Leftrightarrow$	2p

www.mateinfo.ro

	$\Leftrightarrow (x-5)^3=1\Rightarrow x-5=1\Rightarrow x=6\in(5,\infty)$	3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$1-x\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1\Rightarrow$ $D=\mathbb{R}-\{1\}$	2p 3p
b)	$f'(x)=\dfrac{(1-x)+(1+x)}{(1-x)^2}=\dfrac{2}{(1-x)^2}>0,\ \forall x\in D$ $\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(-\infty,1)$ și pe $(1,+\infty)$, deci f nu are puncte de extrem $f''(x)=\dfrac{4}{(1-x)^3}$ $f''(x)>0$ pe $(-\infty,1)\Rightarrow f$ convexă pe $(-\infty,1)$; $f''(x)<0$ pe $(1,+\infty)\Rightarrow f$ concavă pe $(1,+\infty)$ $1\notin D\Rightarrow$ graficul funcției f nu are puncte de inflexiune	1p 1p 1p 2p
c)	Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $M(x_0,y_0)$ este $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ $f(2)=-3$ $f'(2)=\dfrac{2}{(1-2)^2}=2$	1p 1p 1p

	$y+3=2(x-2)\Leftrightarrow 2x-y-7=0$	2p
2. a)	$I_1=\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}dx=$ $=\frac{1}{2}\cdot\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_0^1=$ $=\frac{1}{2}(\ln 2-\ln 1)=\frac{\ln 2}{2}$	2p 2p 1p
b)	$\frac{x^2}{x^2+1}-\frac{x}{x^2+1}=\frac{x^2-x}{x^2+1}\le 0,(\forall)x\in[0,1]$, atunci $I_2-I_1=\int_0^1\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}\right)dx\le 0\Leftrightarrow I_2\le I_1$	2p 3p
c)	$I_{n+2}+I_n=\int_0^1 \frac{x^{n+2}}{x^2+1}dx+\int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1}dx=\int_0^1 \frac{x^n\left(x^2+1\right)}{x^2+1}dx=$ $=\int_0^1 x^n dx=$ $=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Big\vert_0^1=\frac{1}{n+1},\ (\forall)n\in\mathbb{N}^*.$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro