BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 41

Prof. Lămătic Lidia Carmen

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_2+a_3=a_1q(1+q)=4,\ a_4+a_5=a_1q^3(1+q)=36$ $q^2=9\Rightarrow q=1$	2p 3p
2.	$G_f\cap Ox: f(x)=0\Rightarrow x=1$ $A(1,0)$ $G_f\cap Oy: f(0)=4$ $B(0,4)$	2p 1p 1p 1p
3.	$x^2-1=x^3-3x^2+3x-1$ $x\left(x^2-4x+3\right)=0$ $x_1=0, x_2=1, x_3=3.$	1p 1p 2p
4.	Numerele de trei cifre distincte care au suma cifrelor egală cu 5 sunt: 104, 140, 203, 230, 302, 320, 401, 410 $\Rightarrow$ 8 cazuri favorabile Numărul de numere naturale de trei cifre distincte este $A_{10}^3-A_9^2=648\Rightarrow$ 648 cazuri posibile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{1}{81}$	2p 2p 1p
5.	$\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}=\frac{-3+a}{\sqrt{2\left(9+a^2\right)}}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

	$m\left(\vec{u},\vec{v}\right)<90^\circ \Leftrightarrow \cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)>0 \Rightarrow -3+a>0 \Rightarrow a>3$	
6.	$\sqrt{2}\left(\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}\cos 2\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}$ $\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}=1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(A)=(m-1)^2(m+2)$ Sistem compatibil determinat $\Leftrightarrow \det(A)\neq 0$ $m\in\mathbb{R}-\{-2.1\}$	2p 2p 1p
b)	$\Delta x=3(m-3)(m-1),\Delta y=5(m-1)^2,\Delta z=(7m-1)(m-1)$ $x=\frac{3(m-3)}{(m-1)(m+2)},y=\frac{5}{(m+2)},z=\frac{7m-1}{(m-1)(m+2)}$	3p 2p
c)	(x_0,y_0,z_0) progresie aritmetică cu raţia $2\Leftrightarrow(y_0-2,y_0,y_0+2)$ soluţia sistemului $\begin{cases}m(y_0-2)+y_0+(y_0+2)=3\\(y_0-2)+my_0+(y_0+2)=5\\(y_0-2)+y_0+m(y_0+2)=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+2)y_0+2(1-m)=3\\(m+2)y_0=5\\(m+2)y_0-2(1-m)=7\end{cases}$ $2(1-m)=-2\Rightarrow m=2$	1p 2p 2p
2. a)	$x,y\in I_a\Leftrightarrow x-a>0,y-a>0\Rightarrow(x-a)(y-a)>0$ $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$. Dacă $a<2$: pentru $y\in(a,2)$ și $x\to\infty$ avem $x\circ y\to-\infty$, deci I_a nu este parte stabilă. Dacă $a\geq 2$: $x,y>a\Rightarrow x\circ y>(a-2)^2+2$, iar $(a-2)^2+2\geq a\Leftrightarrow(a-2)(a-3)\geq 0$ $\Rightarrow a=2$ sau $a\geq 3$, deci $a\in\{2\}\cup[3,\infty)$	1p 1p 2p 1p
b)	$x\circ e=x\Rightarrow(x-2)(e-3)=0\Rightarrow e=3$	2p

www.mateinfo.ro

	$x\circ x'=3\Rightarrow (x-2)(x'-2)+2=3\Rightarrow x'=2+\frac{1}{x-2}$ $x=2014\Rightarrow x'=\frac{4025}{2012}$	2p 1p
c)	f este bijectivă deoarece este de funcţie gradul I $f(xy)=xy+2$ $f(x)\circ f(y)=(f(x)-2)(f(y)-2)+2=xy+2$ $f(xy)=f(x)\circ f(y)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Nu există asimptote orizontale sau oblice $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)=\infty\Rightarrow x=a$ asimptotă verticala la stânga $\lim\limits_{\substack{x\to -a\\ x>-a}} f(x)=-\infty\Rightarrow x=-a$ asimptotă verticala la dreapta	1p 2p 2p
b)	$f'(x)=\frac{1}{a+x}+\frac{1}{a-x}=\frac{2a}{a^2-x^2}$ $f'(x)>0, x\in(-a,a)\Rightarrow f$ strict crescătoare pe $(-a,a)\Rightarrow f$ injectivă Deoarece $f(0)=0\Rightarrow x=0$ soluţie unică.	2p 2p 1p
c)	$f''(x)=\frac{-1}{(a+x)^2}+\frac{1}{(a-x)^2}=\frac{4ax}{(a^2-x^2)^2}$ $f''(x)=0\Rightarrow x=0$ $f''(x)>0, \forall x\in(0,a)\Rightarrow f$ convexă pe $(0,a)$, $f''(x)<0, \forall x\in(-a,0)\Rightarrow f$ concavă pe $(-a,0)$	2p 1p 2p
2. a)	f continuă, admite primitive Fie F o primitivă $F'(x)=f(x)\Rightarrow F''(x)=f'(x)$ $f'(x)=2e^{2x}>0, \forall x\in\mathbb{R}$, deci F este convexă pe $\mathbb{R}$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro

b)	$\int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 xe^{2x}dx = \frac{xe^{2x}}{2}\Big\|_0^1 - \frac{e^{2x}}{4}\Big\|_0^1 =$ $= \frac{e^2+1}{4}$	3p 2p
c)	$g(x) = x-2$ $V = \pi\int_{-1}^1 g^2(x)dx = \pi\int_{-1}^1 \left(x^2-4x+4\right)dx$ $V = \pi\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right)\Big\|_{-1}^1 = \frac{26}{3}\pi$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro