BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Prof: Andone Emanuel.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\log_7 25=\frac{\log_5 25}{\log_5 7}=\frac{2}{\log_5 7}$ $\log_5 7\cdot\log_7 25=2$,deci este număr natural	3p 2p
2.	$x^2+x+m\geq -4\Leftrightarrow x^2+x+m+4\geq 0$ o funcţie de gradul al doilea are semn constant, semnul coeficientului lui x^2 , pe $\mathbb{R}$ dacă şi numai dacă $\Delta\leq 0,\Delta=-4m-15$ $-4m-15\leq 0\rightarrow m\in[-\frac{15}{4},\infty)$	1p 2p 2p
3.	$\frac{1}{5^x}=5^{-x}$ Ecuaţia devine $5^{-x}=5^{-4}$ x=4	1p 2p 2p
4.	$A_n^2=n(n-1)=56$ Se rezolvă ecuaţia de gradul doi şi se alege soluţia naturală n=8	2p 3p
5.	Se calculează fiecare latură a triunghiului cu formula $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$ AB=AC=1, BC=$\sqrt{2}$ $P_{ABC}=2+\sqrt{2}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

6.	$\frac{BC}{\sin A}=2R$ $\cos A=\frac{1}{2}\rightarrow \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $R=\frac{8\sqrt{3}}{3}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$2I_2-A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ $A(2I_2-A)=O_2$, se verifică printr-un calcul elementar	2p 2p 1p
b)	Se demonstrează prin inducţie că $A^n=2^{n-1}A$ $\det A^n=0$	3p 2p
c)	Se aplică formula binomului lui Newton $(A+I_2)^n=C_n^0A^n+C_n^1A^{n-1}+...+C_n^nI_2=$ $C_n^0\cdot 2^{n-1}A+C_n^1\cdot 2^{n-2}A+...+C_n^nI_2$ $I_2+A(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}C_n^k\cdot 2^k)=I_2+A(\frac{1}{2}(1+2)^n-\frac{1}{2})=$ $=I_2+A(\frac{3^n-1}{2})=\begin{pmatrix}\frac{3^n+1}{2} & \frac{3^n-1}{2}\\ \frac{3^n-1}{2} & \frac{3^n+1}{2}\end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2. a)	$\sqrt{2}$ este rădăcină a polinomului $f\rightarrow f(\sqrt{2})=0$ $f(\sqrt{2})=16+4\sqrt{2}$ -a $\sqrt{2}$ =0 $a=4+8\sqrt{2}$	1p 3p 1p
b)	Se scriu relaţiile lui Viete	3p

www.mateinfo.ro

	$x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=\frac{a}{3}$ $x_1x_2x_3x_4=\frac{2}{3}$ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=\frac{a}{2}$	2p
c)	$(x-1)^2=x^2-2x+1$ Câtul este $3x^2+8x+14$ şi restul este $x(20-a)-12$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty \to x=0$ este asimptotă verticală la dreapta $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty \to$ graficul funcţiei nu admite asimptotă orizontală $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\infty \to$ graficul funcţiei nu admite asimptotă oblică	2p 2p 1p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x^2-x+1)\ln x}{x^3}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x^2-x+1)}{x^2}\cdot\frac{\ln x}{x}=0$	2p 3p
c)	Ecuaţia tangentei : $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$ $x_0=1$, $y_0=f(1)=0$ $f'(x)=(2x-1)\ln x+\frac{(x^2-x+1)}{x}$, $f'(1)=1$ $y=x-1$	1p 1p 2p 1p
2.	Explicitând cele două module se obţine	

www.mateinfo.ro

a)	$f(x)=\begin{cases}(-x+2)e^{-x}, x\in(-\infty,0)\\(-x+2)e^{x}, x\in[0,2]\\(x-2)e^{x}, x\in(2,\infty)\end{cases}$	2p
	se studiază continuitatea funcţiei f în punctele 0 şi 2, în rest f fiind continuă deoarece este compunere de funcţii elementare	2p
	$l_s(0)=l_d(0)=f(0)=2$; $l_s(2)=l_d(2)=f(2)=0 \rightarrow$ f este continuă în punctele x=2 şi x=0	1p
	f admite primitive pe mulţimea numerelor reale deoarece orice funcţie continuă admite primitive	
b)	Utilizând integrarea prin părţi se obţine	
	$\int(-x+2)e^{-x}dx=(x-1)e^{-x}$	1p
	$\int(-x+2)e^{x}dx=(3-x)e^{x}+c_1$	1p
	$\int(x-2)e^{x}dx=(x-3)e^{x}+c_2$	1p
	Din continuitatea primitivei $\rightarrow c_1=-4$ şi $c_2=2e^2-4$	
	Deci primitiva funcţiei f va fi	
	$F(x)=\begin{cases}(x-1)e^{-x}, x\in(-\infty,0)\\(3-x)e^{x}-4, x\in[0,2]\\(x-3)e^{x}+2e^2-4, x\in(2,\infty)\end{cases}$	2p
	Primitiva care trece prin origine este G(x)=F(x)+c, G(0)=0→c=1	
c)	$\int_4^5 f(x)dx=(x-3)e^{x}\Big\|_4^5=e^4(2e-1)\geq 32$	2p
		1p
	$2<e<3\rightarrow 3<2e-1<5$	2p
	$16<e^4<81$	
	$e^4(2e-1)>3\cdot 16=48>32$	

www.mateinfo.ro