BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 50

Prof: Nicolaescu Nicolae.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_{10}=a_3+7r\Rightarrow r=3$ $a_3=a_1+2r\Rightarrow a_1=1$ $S_{10}=\frac{(1+28)10}{2}=145$	2p 2p 1p
2.	Notăm $x+y=S$, $xy=P$ Sistemul devine $\begin{cases}S=3\\S^2-2P=5\end{cases}$ cu soluţia S=3,P=2 x,y sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-3x+2=0$ adică $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ sau $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$	3p 2p
3.	Notăm $4^x=y>0$ .Ecuaţia devine $y^2-2y+1=0$ Soluţia ecuaţiei este y=1 Revenim la notaţie, $4^x=1\Rightarrow x=0$	2p 1p 2p
4.	$x_1=\frac{1}{x_2}\Rightarrow P=x_1x_2=1$ $P=\frac{5m+1}{m}=1\Rightarrow m=-\frac{1}{4}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

5.	$\frac{\sin 70^o \cos 20^o + \sin 20^o \cos 70^o}{\cos 70^o \cos 25^o + \sin 70^o \sin 25^o} = = \frac{\sin\left(70^o + 20^o\right)}{\cos\left(70^o - 25^o\right)} = \frac{\sin 90^o}{\cos 45^o}$ $= \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$	3p 2p
6.	$d(A,h) = \frac{\left\|3\cdot 1 + 4\cdot(-2) - 7\right\|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$ $d(A,h) = \frac{12}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\begin{vmatrix} 2 & m & -3 \\ m & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -2m^2 + 6m + 28$ $\det A = 0 \Rightarrow \Delta = 260 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{65}$ deci $m \notin Q$ Deci $\forall m \in Q$ sistemul este compatibil determinat	2p 2p 1p
b)	$-2m^2 + 6m + 28 < 33 \Leftrightarrow -2m^2 + 6m - 5 < 0$ $\Delta_m = 36 - 40 = -4 < 0$ Atunci $-2m^2 + 6m - 5 < 0 \ \forall m \in R$	2p 1p 2p
c)	$\det A = 32$ $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 32$, $\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ x=0, y=1,z=0	1p 3p 1p

www.mateinfo.ro

2. a)	Sunt inversabile clasele a astfel încât (a,9)=1 Sunt inversabile $1,2,4,5,7,\hat{8}$ deci 6 elemente	2p 3p
b)	$\hat{5}x+\hat{3}=\hat{0}\Rightarrow\hat{5}x=-\hat{3}=\hat{6}$ $x=\frac{\hat{6}}{\hat{5}}=\hat{6}\cdot\hat{5}^{-1}=\hat{6}\cdot 2=\hat{3}$	2p 3p
c)	$\begin{vmatrix}\hat{3} & \hat{1}\\ \hat{1} & 4\end{vmatrix}=\hat{3}-\hat{1}=2$ $\begin{vmatrix}\hat{1} & 2 & \hat{3}\\ \hat{3} & \hat{1} & 2\\ \hat{1} & \hat{1} & 7\end{vmatrix}=7+\hat{0}+4-\hat{3}-2-\hat{6}=\hat{0}$ $\begin{vmatrix}\hat{3} & \hat{1}\\ \hat{1} & 4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\hat{1} & 2 & \hat{3}\\ \hat{3} & \hat{1} & 2\\ \hat{1} & \hat{1} & 7\end{vmatrix}=2$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=\frac{(x+3)'\sqrt{x}-(x+3)\left(\sqrt{x}\right)'}{x}=\frac{\sqrt{x}-(x+3)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{2x-x-3}{2x\sqrt{x}}=\frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$ Pentru $x\in[3,\infty)$, obţinem că $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare.	3p 2p
b)	Deoarece f este crescătoare pe $[3,\infty)$, rezultă că f(2012)>f(2011) $\Rightarrow\frac{2015}{\sqrt{2012}}>\frac{2014}{\sqrt{2011}}\Rightarrow 2015\sqrt{2011}>2014\sqrt{2012}$	3p 2p
c)	Ecuaţia tangentei este $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$	2p 1p

www.mateinfo.ro

	$f'(4)=\frac{1}{16}$ $y-\frac{7}{2}=\frac{1}{16}(x-4)\Rightarrow x-16y+52=0$	2p
2. a)	$\int f_1(x)dx=\int\frac{1+x}{x}dx=\ln\lvert x\rvert+x+C$	5p
b)	$\int_1^2 f_n(x)dx-\int_1^2 f_{n-1}(x)dx=\int_1^2\left[\frac{(1+x)^n}{x}-\frac{(1+x)^{n-1}}{x}\right]dx=\int_1^2(1+x)^{n-1}dx$ $=\frac{(1+x)^n}{n}\Big\rvert_1^2=\frac{3^n-2^n}{n}$	3p 2p
c)	$V=\pi\int_1^2\frac{(1+x)^4}{x^2}dx=\pi\int_1^2\left(x^2+4x+6+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}\right)dx=\pi\left(\frac{x^3}{3}+2x^2+6x+4\ln x-\frac{1}{x}\right)\Big\rvert_1^2$ $V=\pi\left(\frac{89}{6}+4\ln 2\right)$	3p 2p

www.mateinfo.ro