BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 59

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1+i-2i+2-9+6i=$	3p
	$-6+5i$	2p
2.	$x^2-x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}, x+2\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-2;+\infty)$	1p
	$x^2-x+1=x^2+4x+4$	2p
	$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{5}\in[-2;+\infty)$	2p
3.	$x-\frac{\pi}{3}=2k\pi\pm\arccos\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}$	2p
	$x\in[0;2\pi)\Rightarrow x_1=0, x_2=\frac{2\pi}{3}$	3p
4.	În A avem 6 elemente impare şi 5 elemente pare	2p
	Finalizare : $C_6^3\cdot C_5^1=100$ de moduri	3p
5.	Fie D e mijlocul lui $[BC]\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=2\\y_D=2\end{cases}$	2p
	$AD=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$	3p
6.	$\frac{1}{\sin x\cos x}=3\Leftrightarrow\sin x\cos x=\frac{1}{3}$	3p
	$\sin 2x=\frac{2}{3}$	2p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1 & x+y & x^2+2xy+y^2\\ 0 & 1 & 2y+2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1 & x+y & (x+y)^2\\ 0 & 1 & 2(x+y)\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=A(x+y)$	2p 3p
b)	$A(x)-A(y)=\begin{pmatrix}0 & x-y & x^2-y^2\\ 0 & 0 & -2x+2y\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ $(A(x)-A(y))^2=\begin{pmatrix}0 & 0 & -2(x-y)^2\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ $(A(x)-A(y))^3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=O_3$	1p 2p 2p
c)	$A(x)\cdot A(-x)=A(-x)\cdot A(x)=I_2$ $\Rightarrow (A(x))^{-1}=A(-x)$	3p 2p
2. a)	$R=f(2i)=(4i)^{10}$ $R=-4^{10}$	3p 2p
b)	$f=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k x^{10-k}(2i)^k+\sum_{k=0}^{10}(-1)^k C_{10}^k x^{10-k}(2i)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k x^{10-k}(2i)^k\left(1+(-1)^k\right)$ $a_{2k}=2\cdot(-1)^k C_{10}^{10-2k}\cdot 2^{10-2k}\in\mathbb{R},\forall k\in\{0,1,...,5\}, a_{2k+1}=0,\forall k\in\{0,1,...,4\}$	2p 3p
c)	Fie z o rădăcină a lui $f\Rightarrow (z+2i)^{10}=-(z-2i)^{10}\Rightarrow \lvert z+2i\rvert=\lvert z-2i\rvert$ Punctul de afix z este egal depărtat de punctele de afixe $\pm i$, deci aparțin axei reale	2p 3p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=-\frac{4}{(x+2)(x-2)}\prec 0,\forall x\in(2;+\infty)$ $\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(2;+\infty)$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0\Rightarrow d_1: y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)=+\infty\Rightarrow d_2: x=2$ este asimptotă verticală la dreapta	3p 2p
c)	$\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{4}{x-2}\right)}{\frac{4}{x-2}}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x}{x-2}$ $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot f(x)=4$	3p 2p
2. a)	$\int_1^9 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\int_1^9\left(x-4\sqrt{x}+3\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{8x\sqrt{x}}{3}-3x\right)\Big\vert_1^9$ $\int_1^9 f\left(\sqrt{x}\right)dx=-\frac{16}{3}$	3p 2p
b)	$g(x)\le 0,\forall x\in[1;3]$ $\Rightarrow A=-\int_1^3 g(x)\,dx=-\int_1^3\left(x-4+\frac{3}{x}\right)dx$ $A=-\left(\frac{x^2}{2}-4x+3\ln x\right)\Big\vert_1^3$ $A=-\left(\frac{9}{2}-12+3\ln 3-\frac{1}{2}+4\right)=4-3\ln 3=4-\ln 27$	1p 1p 2p 1p
c)	$I_n=\int_1^3 f^n(x)\,dx=-2n\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n-1}\cdot\left(x^2-2x\right)dx$	1p

www.mateinfo.ro

	$I_n=-2n\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n-1}\cdot\left(x^2-4x+3+2x-4+1\right)dx$	1p
	$I_n=-2n\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n}dx-2n\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n-1}dx-2n\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n-1}\cdot\left(2x-4\right)dx$	1p
	$\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^{n-1}\cdot\left(2x-4\right)dx=\int_0^0 t^{n-1}dt=0$	1p
	$\Rightarrow I_n=-2nI_n-2nI_{n-1}\Rightarrow\left(2n+1\right)I_n+2nI_{n-1}=0$	1p

www.mateinfo.ro