BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 66

Prof: Pisică Lăcrămioara

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$4<5<8\Rightarrow -3<\log_{0,5}5<-2\Rightarrow \left[\log_{0,5}5\right]=-3$	2p
	$\lvert z\rvert=\sqrt{a^2+b^2}=5$	1p
	$z_1=4-3i\ ,\ z_2=-4-3i$	2p
2.	$S=-\frac{b}{a}=-m\ ,\ P=\frac{c}{a}=m+2$	2p
	$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-1\ \Rightarrow \frac{S^2-2P}{P}=-1$	1p
	$m^2-m-2=0\Rightarrow m\in\{-1,2\}$	2p
3.	$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$	1p
	$x+\frac{\pi}{6}=(-1)^k\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$	2p
	$x\in\left\{\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right\}$	2p
4.	$C_n^k=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$	2p
	$\frac{C_n^3}{C_n^2}=\frac{n-2}{3}=2\Rightarrow n=8$	3p
5.	$-\frac{3}{4}=-\frac{6}{8}\Rightarrow d_1\parallel d_2\Rightarrow \text{latura}=\text{dist}(d_1,d_2)$	1p
	$\text{dist}(d_1,d_2)=\text{dist}(A,d_2)=\frac{\lvert ax_A+by_A+1\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}\ ,\ A\in d_1$	2p
	alegând $A(1,1)\in d_1\Rightarrow \text{latura}=\frac{3}{2}\Rightarrow \text{aria}=\frac{9}{4}$	2p
6.	$A=\frac{3\sin x}{2\sin x+5\cos x}=\frac{3\sin x}{\cos x(2\sin x+5)}$	2p
	$A=\frac{3tgx}{2tgx+5}=\frac{2}{3}$	3p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(A)=2-5a$ $\det(A)=0\Rightarrow a=\frac{2}{5}\notin\mathbb{Z}$ deci $\det(A)\neq 0\Rightarrow X=O_3$ soluție unică	2p 1p 2p
b)	$\det(A)=2$ $A^*=\begin{pmatrix}-9 & 10 & -4\\ 7 & -8 & 4\\ -3 & 4 & -2\end{pmatrix}$ $X=A^{-1}=\frac{1}{2}\cdot A^*$	1p 2p 2p
c)	$\det(A)=2-5a\neq 0$ $d_x=3(2-5a)$, $d_y=-2(2-5a)$, $d_z=2-5a$ soluția va fi $(3,-2,1)$	1p 2p 2p
2. a)	$B=\left\{f\in\mathbb{Z}_5[X]\mid f=aX^4+bX^3+cX^2+dX+e \quad , \quad a\in\mathbb{Z}_5\setminus\{\hat{0}\}, b,c,d,e\in\mathbb{Z}_5\right\}$, $\text{card}B=4\cdot 5^4$ $A=\left\{f\in\mathbb{Z}_5[X]\mid f=X^4+aX^3+bX^2+4 \quad , \quad a,b\in\mathbb{Z}_5\right\}$, $\text{card}A=5^2$ $\text{prob}=0,01$	2p 2p 1p
b)	$f(\hat{2})=\hat{0}\Rightarrow \hat{3}a+\hat{4}b=\hat{0}$ $f(X+\hat{1})=(X+\hat{2})\cdot c+\hat{3}\Rightarrow f(\hat{4})=\hat{3}\Rightarrow \hat{4}a+b=\hat{3}$ obținem $a=4$, $b=2$	1p 2p 2p
c)	$f=X^4+4$ 5 este număr prim $\Rightarrow x^4=\hat{1}, \forall x\in\mathbb{Z}_5\setminus\{\hat{0}\}$ (teorema lui Fermat) $f(x)=\hat{0}$, $\forall x\in\mathbb{Z}_5\setminus\{\hat{0}\}\Rightarrow f=(x+\hat{1})(x+\hat{2})(x+\hat{3})(x+\hat{4})$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=\frac{a(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=\pm 1$ $a>0\Rightarrow f'(x)>0$ pe $(-\infty,-1)$ respectiv $(1,\infty)$ și $f'(x)<0$ pe $(-1,1)$ $a<0\Rightarrow f'(x)<0$ pe $(-\infty,-1)$ respectiv $(1,\infty)$ și $f'(x)>0$ pe $(-1,1)$ deci $x=1$ și $x=-1$ sunt puncte de extrem local	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro

b)	$f(-1)=\frac{a+2}{2}$, $f(1)=\frac{2-a}{2}$ $a>0\Rightarrow \max=f(-1)=3$ și $\min=f(1)=-1\Rightarrow a=4$ $a<0\Rightarrow \min=f(-1)=-1$ și $\max=f(1)=3\Rightarrow a=-4$	1p 2p 2p
c)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\right)^{\frac{1}{f'(x)}}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{-\frac{x\left(x^2+1\right)}{x^2-1}}$ limita este egală cu 0	3p 2p
2. a)	schimbarea de variabilă $t=x^2$ $I=\frac{e-1}{2}$	2p 2p 1p
b)	$g(x)=f(x)+\frac{e}{f(x)}=e^{x^2}+e^{1-x^2}\Rightarrow g'(x)=2xe^{1-x^2}\left(e^{2x^2-1}-1\right)$ $g'(x)=0\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ $x\in[0,1]\Rightarrow g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\le g(x)\le g(0)$, $g(0)=g(1)=\max$ înlocuind și integrând pe intervalul $[0,1]$ obținem relația cerută	2p 1p 1p 1p
c)	$f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(t)=e^{t^2}$ continuă $\Rightarrow$ f admite primitive Fie F o primitivă a lui f $\Rightarrow$F derivabilă și $F'=f\Rightarrow\int\limits_0^{x^2}f(t)dt=F\left(x^2\right)-F(0)$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\int\limits_0^{x^2}f(t)dt}{f(x)-1}=\lim\limits_{x\to0}\frac{F\left(x^2\right)-F(0)}{f(x)-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to0}\frac{2xF'\left(x^2\right)}{f'(x)}=1$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro