BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 77

Prof:Soare Roxana

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Notăm $a=\sqrt{2-\sqrt{3}}$ şi $b=\sqrt{2+\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \lvert z\rvert = 2^{2012}$	3p 2p
2.	$\Delta = 49$ $x \in \left[-2,\frac{1}{3}\right] \cap Z$ $x \in \{-2,-1,0\}$	1p 2p 2p
3.	$sinx+\sqrt{3}cosx=1 \Leftrightarrow sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ $x+\frac{\pi}{3} \in \left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi / k \in Z\right\}$ $x \in \left\{\frac{\pi}{2},\frac{11\pi}{6}\right\}$	1p 2p 2p
4.	Între 1 şi 200 sunt $\left[\frac{200}{3}\right]=66$ numere divizibile cu 3, $\left[\frac{200}{5}\right]$=40 numere divizibile cu 5, $\left[\frac{200}{15}\right]$=13 numere divizibile cu 15 , deci de la 1 la 200 sunt 66+40-13=93 numere divizibile cu 3 sau cu 5 , deci 200-93=107 nu sunt divizibile nici cu 3 , nici cu 5.	2p 3p
5.	$(a+1)(2a+1)-(2a-1)(3a+1)=0$ $a_1=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ $a_2=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

6.	$R = \frac{abc}{4S}$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{455}$ $R = \frac{144}{\sqrt{455}}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$I_2 = A(0) \in G$ $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} = A(2) \in G$	2p 3p
b)	$A(a)A(b) = A(a+b-3ab)$ $a \neq \frac{1}{3}, b \neq \frac{1}{3} \Rightarrow a+b-3ab \neq \frac{1}{3} \Rightarrow A(a+b-3ab) \in G \Rightarrow$G parte stabilă a lui $GL_2(IR)$ $(A(a))^{-1} = A\left(\frac{a}{3a-1}\right) \in G$	2p 1p 2p
c)	$(A(a))^2 = A(2a-3a^2)$ $(A(a))^3 = A(9a^3 - 9a^2 + 3a)$ $a \in \{-1,0,2\}$	1p 2p 2p
2. a)	$Z_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ $\hat{1}^4 = \hat{1}$ $\hat{2}^4 = \hat{1}$ $\hat{3}^4 = \hat{1}$ $\hat{4}^4 = \hat{1}$	1p 1p 1p 1p 1p
b)	$f(\hat{0}) = \hat{4}, f(\hat{1}) = \hat{0}, f(\hat{2}) = \hat{0}, f(\hat{3}) = \hat{0}, f(\hat{4}) = \hat{4}$, deci rădăcinile în Z_5 ale polinomului f sunt $\hat{1}, \hat{2},, \hat{2}, \hat{3}$	3p 2p

www.mateinfo.ro

c)	$X+\hat{4}\mid f, (X+\hat{3})^2 \mid f, X+\hat{2}\mid f \Rightarrow$ $\Rightarrow f=\hat{2}(X+\hat{2})(X+\hat{3})^2(X+\hat{4})$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Dreapta y=1 este asimptotă orizontală către $-\infty$ *și către* $+\infty$ f nu admite asimptote oblice dreapta x= -1 este asimptotă verticală	2p 1p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} x^3 ln f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} x^3 ln\frac{x^3-1}{x^3+1}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ln\frac{x^3-1}{x^3+1}}{\frac{1}{x^3}}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-2x^6}{x^6-1}=$ =-2	1p 1p 2p 1p
c)	$f(x)=\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{x(x+1)+1}{x(x-1)+1}$ $f(2)\cdot f(3)\cdot\cdots\cdot f(n)=\frac{2(n^2+n+1)}{3n(n+1)}$ $\lim\limits_{n\to\infty} f(2)\cdot f(3)\cdot\cdots\cdot f(n)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2(n^2+n+1)}{3n(n+1)}=\frac{2}{3}$	1p 3p 1p
2. a)	$a_n=ln\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$ $a_{n+1}-a_n=ln\frac{n(n+2)^3}{(n+3)(n+1)^3}<0\Rightarrow(a_n)_{n\geq 1}$ este şir strict descrescător. (1) $a_n=ln\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}>0\Rightarrow(a_n)_{n\geq 1}$ mărginit inferior. (2) Din (1) şi (2) $\Rightarrow(a_n)_{n\geq 1}$ convergent.	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

b)	$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 a_n = \lim\limits_{n\to\infty} n^2 ln\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n} =$ $= \lim\limits_{n\to\infty} ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)^{n^2} =$ $= ln \lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n^2+2n}\right)^{n^2} =$ $= lne =$ $=1$	1p 1p 1p 2p
c)	$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = ln\frac{2(n+1)}{n+2}$ $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = ln2$	3p 2p

www.mateinfo.ro