BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 78

Prof: Soare Roxana

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\begin{cases} a_1+2r=5 \\ a_1+5r=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=1 \\ r=2 \end{cases}$ $S_{100}=\frac{100(2a_1+99r)}{2}=10000$	3p 2p
2.	$x_V=\frac{m+1}{2}$ $y_V=\frac{-m^2+2m+7}{4}$ V$\in P: y=-x^2+2x+1$	1p 2p 2p
3.	C.E. $3x^2-2x+8\geq 0, 3x^2-2x+3\geq 0 \Rightarrow x\in IR.$ Notăm $3x^2-2x+3=y\geq 0$ şi obţinem: $\sqrt{y+5}+\sqrt{y}=5\Leftrightarrow 2\sqrt{y(y+5)}=2(10-y)$ C.E $y\leq 10\Rightarrow y\in[0,10]$ Se obţine $y=4\Leftrightarrow 3x^2-2x+3=4\Leftrightarrow 3x^2-2x-1=0$ $x\in\left\{-\frac{1}{3},1\right\}$	1p 2p 2p
4.	$f(-2)=f(2)\Rightarrow$ definim funcţii de pe o mulţime cu 4 elemente cu valori într-o multime cu 6 elemente Se pot defini 6^4=1296 funcţii.	2p 3p

www.mateinfo.ro

5.	M este punctul care împarte segmentul [BC] în raportul $\frac{2}{5}$ $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}}{1+\frac{2}{5}}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$	2p 3p
6.	$cosx=-\frac{12}{13}$ $tg\frac{x}{2}=\frac{sinx}{1+cosx}$ $tg\frac{x}{2}=5$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$detA=\begin{vmatrix}2&-3&4\\1&1&2\\3&-2&6\end{vmatrix}=0$ $d_1=\begin{vmatrix}2&-3\\1&1\end{vmatrix}=5\neq 0\Rightarrow$ $\Rightarrow$rangA=2.	2p 2p 1p
b)	$d_{car}=\begin{vmatrix}2&-3&1\\1&1&3\\3&-2&4\end{vmatrix}=0\Rightarrow rang\bar{A}=2=rangA\Rightarrow$ sistem compatibil nedeterminat. Notăm $z=\alpha$ şi obţinem $x=2-2\alpha, y=1$	3p 2p
c)	Avem $\lvert 2-2\alpha_0+1+\alpha_0\rvert\leq 3\Leftrightarrow\lvert\alpha_0-3\rvert\leq 3\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -3\leq\alpha_0-3\leq 3\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 0\leq\alpha_0\leq 6\Rightarrow$ sistemul are 7 soluţii cu proprietatea $\lvert x_0+y_0+z_0\rvert\leq 3$	1p 2p 2p
2. a)	$x*y=2xy-6x-6y+18+3=$ $=2x(y-3)-6(y-3)+3=$	1p 3p 1p

www.mateinfo.ro

	$=2(x-3)(y-3)+3$	
b)	$(x*y)*z=4(x-3)(y-3)(z-3)+3, \forall x,y,z\in IR \quad (1)$ $x*(y*z)=4(x-3)(y-3)(z-3)+3, \forall x,y,z\in IR \quad (2)$ Din (1) şi (2) $\Rightarrow (x*y)*z=x*(y*z), \forall x,y,z\in IR \Rightarrow$ *legea* "$*$" este asociativă.	2p 2p 1p
c)	Prin inducţie $\underbrace{x*x*x*....*x}_{de\ n\ ori}=2^{n-1}(x-3)^n+3, \forall n\in IN^*$ $\underbrace{x*x*x*....*x}_{de\ 2012\ ori}=2^{2011}(x-3)^{2012}+3$ $2^{2011}(x-3)^{2012}+3=2^{2011}+3\Rightarrow x\in\{2,4\}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f_3'(x)=3x^2+6x$ $f_2(x)=x^2$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f_3'(x)}{f_2(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+6x}{x^2}=3$	2p 2p 1p
b)	$f_n'(x)=n(1+x)^{n-1}-n$ $f_n'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ x: -1	0	∞ $f_n'(x)$: / ---------- 0 ++++++++++++++++++++++++++++++++++ $f_n(x)$: / ↓ 0 ↑ min	2p 1p 2p
c)	$f_n''(x)=n(n-1)(1+x)^{n-2}\geq 0\ \forall x\in(-1,\infty), \forall n\in IN, n\geq 2$ $\Rightarrow f_n$ convexă pe $(-1,\infty), \forall n\in IN, n\geq 2$	3p 2p
2. a)	$f: IR\to IR, f(t)=(t^3-3t+2)e^{3t}$ este continuă pe IR, deci admite primitive pe IR. Fie $G: IR\to IR$ o primitivă a lui f . Atunci $F(x)=G(x)-G(0)$	2p 2p

www.mateinfo.ro

	$\Rightarrow F'(x)=f(x)=(x^3-3x+2)e^{3x}$	1p
b)	$F'(x)=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x_1=x_2=1, x_3=-2$ $x_3=-2$ *este punct de minim și* F↘ pe intervalul $(-\infty,-2]$ și F↑ pe [-2,∞)	1p 1p 1p 2p
c)	$F''(x)=3(x-1)(x^2+2x-1)e^{3x}$ Punctele de inflexiune sunt $x_1=1, x_2=-1-\sqrt{2}, x_3=-1+\sqrt{2}$	3p 2p

www.mateinfo.ro