BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 8

Prof . Badea Ion

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$N=\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2012}-1}{-\frac{1}{3}-1}:\dfrac{3^{2012}-1}{3^{2012}}=$	3p
	$=\dfrac{3}{4}$	2p
2.	a şi b sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-x-12=0$	3p
	$\Rightarrow$numerele sunt -3 şi 4	2p
3.	$2\log_2 x-1\le 3$	1p
	$\Leftrightarrow \log_2 x\le 2$	1p
	$\Leftrightarrow x\le 4$	2p
	$\Rightarrow x\in\{1,2,3,4\}$	1p
4.	$x-\dfrac{20}{100}x=\dfrac{4}{5}x$	1p
	$\dfrac{110}{100}\cdot\dfrac{4}{5}x=1760$	2p
	$x=2000$	2p
5.	M mijlocul lui (AB) $\Rightarrow$M(1,2)	1p
	$m_{AB}=\dfrac{1}{2}$	1p
	d mediatoarea $\Rightarrow m_d=-2$	1p
	$d: 2x+y-4=0$	2p
6.	$\sin 0^0=0, \sin 90^0=1$	1p
	$\sin^2 15^0+\sin^2 75^0=\sin^2 15^0+\cos^2 15^0=1$	1p
	$\sin^2 30^0+\sin^2 60^0=1$	1p
	$\sin^2 45^0=\dfrac{1}{2}$	1p
	$S=\dfrac{7}{2}$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A = 4 + m^2 - m^2 + 2m - 2m - m^2$	3p
	$= 4 - m^2$	2p
b)	(S)sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow \det A \neq 0$	2p
	$4 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$	3p
c)	$m = 0 \Rightarrow \det A = 4$	1p
	$d_x = 4, d_y = 4, d_z = -4 \Rightarrow$	3p
	$\Rightarrow (x, y, z) \in \{(1,1,-1)\}$	1p
2. a)	$f_{a,b} \vdots (X-1) \Leftrightarrow f_{a,b}(1) = 0$	1p
	$f_{a,b}(1) = 2a^2 - 2ab + b^2 + 2a + 1 = (a-b)^2 + (a-1)^2$	2p
	$(a-b)^2 + (a-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 0 \\ (a-1)^2 = 0 \end{cases}$	2p
	$\Rightarrow a = b = 1$	1p
b)	x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f_{1,1} = 2X^3 - 2X^2 + X - 1 \Rightarrow$	1p
	$\begin{cases} s_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 1; \ s_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{1}{2}; \ s_3 = x_1x_2x_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$	1p
	$S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = s_1^2 - 2s_2 = 0$	1p
	$\begin{cases} 2x_1^3 - 2x_1^2 + x_1 - 1 = 0 \\ 2x_2^3 - 2x_2^2 + x_2 - 1 = 0 \\ 2x_3^3 - 2x_3^2 + x_3 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^3 = 2x_1^2 - x_1 + 1 \\ 2x_2^3 = 2x_2^2 - x_2 + 1 \\ 2x_3^3 = 2x_3^2 - x_3 + 1 \end{cases}$	1p
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \frac{1}{2}(2S_2 - s_1 + 3) = 1$	1p
c)	$2 \cdot 8^x - 2^{2x+1} + 2^x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{3x} - 2 \cdot 2^{2x} + 2^x - 1 = 0$	2p
	Notăm $2^x = t \Rightarrow 2t^3 - 2t^2 + t - 1 = 0$	1p
	$\Rightarrow (t-1)(2t^2+1) = 0 \Rightarrow t = 1$	1p
	$2^x = 1 \Rightarrow x = 0$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \left(x\sqrt{3} - 2\right)^3$	1p
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	2p
	$\Rightarrow f$ strict descrescătoare pe $\left[-2, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$ şi strict crescătoare pe $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right]$	2p

b)	Fie pantele celor două tangente	1p
	$m_1 = f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -1$	1p
	$m_2 = f'\left(\sqrt{3}\right) = 1$	1p
	$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow$ cele două tangente sunt perpendiculare	2p
c)	$\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \left(f'(x)\right)^{\frac{1}{x-\sqrt{3}}} \overset{(1^\infty)}{=} \lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \left[\left(1+\left(f'(x)-1\right)\right)^{\frac{1}{f'(x)-1}}\right]^{\frac{f'(x)-1}{x-\sqrt{3}}} =$	2p
	$= e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \frac{\left(x\sqrt{3}-2\right)^3-1}{x-\sqrt{3}} \left(\frac{0}{0}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \frac{\left(x\sqrt{3}-3\right)\left[\left(x\sqrt{3}-2\right)^2+\left(x\sqrt{3}-2\right)+1\right]}{x-\sqrt{3}}} =$	2p
	$= e^{\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \sqrt{3}\left(\left(x\sqrt{3}-2\right)^2+\left(x\sqrt{3}-2\right)+1\right)} = e^{3\sqrt{3}}$	1p
2. a)	$\int_{-1}^{1} (x+2)\, f_1(x)\,dx = \int_{-1}^{1} (x-1)\,dx =$	1p
	$= \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_{-1}^{1} =$	2p
	$= -2$	2p
b)	$I_1 = \int_{-1}^{1} \frac{x-1}{x+2}\,dx = \int_{-1}^{1} \left(1 - \frac{3}{x+2}\right)dx =$	3p
	$= x\Big|_{-1}^{1} - 3\ln\left|x+2\right|\Big|_{-1}^{1} = 2 - 3\ln 3$	2p
c)	$\Leftrightarrow I_{n+1} + 3I_n = \int_{-1}^{1} \frac{(x-1)^{n+1} + 3(x-1)^n}{x+2}\,dx =$	2p
	$= \int_{-1}^{1} (x-1)^n\,dx = \frac{(x-1)^{n+1}}{n+1}\Big|_{-1}^{1} =$	2p
	$= \frac{(-2)^{n+2}}{n+1}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$	1p