BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 81

Prof: Stoica Alina Codruţa

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$2^{x^2+5}=4^{x+2} \Leftrightarrow 2^{x^2+5}=\left(2^2\right)^{x+2} \Leftrightarrow 2^{x^2+5}=2^{2x+4}$	2p
	$x^2+5=2x+4 \Rightarrow x^2-2x+1=0$	2p
	$x=1$	1p
2.	$\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=2m \end{cases}$	3p
	$x_1x_2-2x_1-2x_2+2=0$	2p
3.	Condiţii de existenţă : $x\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$ şi $x\in[1;+\infty) \Rightarrow x\in\left[\sqrt{3};+\infty\right)$	2p
	$x^2-3=(x-1)^2 \Rightarrow -3=2x+1$	2p
	$x=2\in\left[\sqrt{3};+\infty\right)$	1p
4.	$2x-1\in\{1,3,5,15\}$	2p
	$x\in\{1,2,3,8\}$	2p
	$p=\frac{1}{4}$	1p
5.	$m_{MN}=-\frac{2}{3}$ şi panta mediatoarei segmentului MN este $\frac{3}{2}$	2p
	Panta paralelei prin P este $\frac{3}{2}$	1p
	Ecuaţia paralelei prin P este $3x-2y+3=0$	2p

www.mateinfo.ro

6.	$\sin^2 x+\cos^2 x=1\Rightarrow \sin^2 x+\left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2=1\Rightarrow \sin^2 x=\frac{1}{25}$ Deoarece $\sin x<0$ pentru $x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ avem $\sin x=-\frac{1}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & -2\\ 1 & 4 & m\end{pmatrix}$ $\det A=-3m+15$	2p 3p
b)	Pentru $m=5$ avem $\det A=0$ Studierea compatibilităţii sistemului: sistem compatibil simplu nedeterminat Găsirea soluţiei sistemului: $x=\frac{\alpha}{3}, y=\frac{6-4\alpha}{3}, z=\alpha$ cu $\alpha\in\mathbb{R}$	1p 2p 2p
c)	Pentru $m\neq 5$ avem $\det A\neq 0$ Aplicarea regulii lui Cramer şi aflarea soluţiei x=0, y=2, z=0. Pentru $m=5$ avem $\det A=0$ şi sistemul este compatibil conform punctului b.	2p 2p 1p
2. a)	$x\circ y=2xy-6x-6y+21=2x(y-3)-6y+18+3$ $=2x(y-3)-6(y-3)+3=$ $2(x-3)(y-3)+3$	2p 2p 1p
b)	$x\circ x=2x^2-12x+21$ $2x^2-12x+21=11$ $x^2-6x+5=0$ cu soluţiile $x_1=1$ şi $x_2=5$	1p 2p 2p
c)	Arată că $x\circ 3=3, \forall x\in\mathbb{R}$ Avem $x=1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{8}\circ\sqrt{9}\circ\ldots\circ\sqrt{2014}$ Operaţia fiind asociativă avem că $1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{8}\circ\sqrt{9}\circ\ldots\circ\sqrt{2014}=x\circ\sqrt{9}=x\circ 3=3$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

<table>
<tr><td>1.
a)</td><td>$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}\underset{L'H}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$ rezultă $y=0$ asimptotă orizontală spre ∞

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{\ln x}{x}=\frac{-\infty}{0}=(-\infty)\cdot\frac{1}{0_+}=(-\infty)\cdot(+\infty)=-\infty$

rezultă $x=0$ asimptotă verticală la dreapta</td><td>2p
2p
1p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$f'(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{(\ln x)'\cdot x-\ln x\cdot(x)'}{x^2}=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x\cdot 1}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0\Rightarrow 1-\ln x=0\Rightarrow \ln x=1\Rightarrow x=e$

<table>
<tr><td>x</td><td>0 $\qquad\qquad$ e $\qquad\qquad$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+++++++++++++++++++++0----------$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\nearrow$ $\frac{1}{e}$ $\searrow$</td></tr>
</table>

$x=e$ punct de maxim</td><td>2p
1p
2p</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$e<\pi$, deoarece f este descrescătoare pe $(e,+\infty)$ avem $f(e)>f(\pi)$

$\frac{\ln e}{e}>\frac{\ln\pi}{\pi}\Rightarrow \pi\ln e>e\ln\pi\Rightarrow \ln(e^{\pi})>\ln(\pi^{e})\Rightarrow e^{\pi}>\pi^{e}$</td><td>2p
3p</td></tr>
<tr><td>2.
a)</td><td>$\int x\sin x\,dx=-x\cos x+\int\cos x\,dx$
$=-x\cos x+\sin x+c$</td><td>3p
2p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$\int x^n\sin x\,dx=-x^n\cos x+n\int x^{n-1}\cos x\,dx$

$\int x^{n-1}\cos x\,dx=x^{n-1}\sin x-(n-1)\int x^{n-2}\sin x\,dx$

Finalizare $I_n=-x^n\cos x+nx^{n-1}\sin x-n(n-1)I_{n-2}$</td><td>2p
2p
1p</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$x\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow 0\le\sin x\le 1$

$0\le x^n\sin x\le x^n$</td><td>1p
2p
2p</td></tr>
</table>

www.mateinfo.ro

	$0 \le \int x^n \sin x \ dx \le \frac{x^{n+1}}{n+1}$ atunci $\lim_{n\to\infty} I_n = 0$	

www.mateinfo.ro